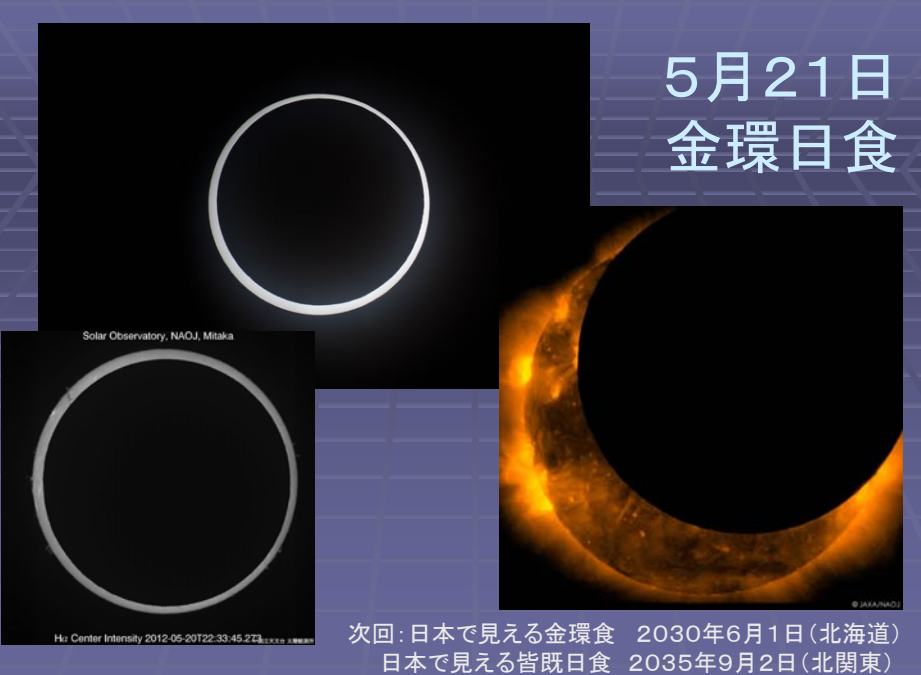


宇宙科学II (電波天文学) 第6回

ビッグバン宇宙(続)



5月21日
金環日食

次回: 日本で見える金環食 2030年6月1日(北海道)
日本で見える皆既日食 2035年9月2日(北関東)
東京で見える金環食 2312年4月8日

前回の復習

黒体放射

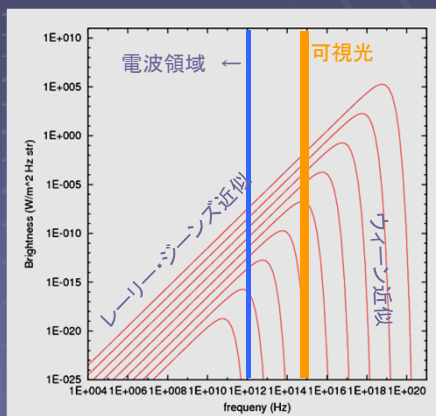
- 黒体(すべての周波数の電磁波を吸収し、再放射する仮想的物体)から出る放射

黒体輻射の例：溶鋳炉からの光



八幡製鉄所

黒体輻射の研究は、19世紀末に溶鋳炉の温度計測方法として発展



Bvのプロット (10⁰ ~ 10⁸ K)

黒体放射関連の式

黒体放射の輝度

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (1)$$

単位面積あたりの放射強度 (シュテファン・ボルツマン則)

$$I = \iint B_\nu \cos \theta \, d\nu d\Omega = \pi \int B_\nu d\nu = \sigma T^4 \quad (2)$$

単位周波数あたりのエネルギー密度

$$\varepsilon_\nu = \frac{4\pi}{c} B_\nu, \quad (3)$$

エネルギー密度

$$\varepsilon = \int \varepsilon_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c} \int B_\nu d\nu = \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (4)$$

輻射の圧力 (参考: 光子の運動量 $p = E/c$)

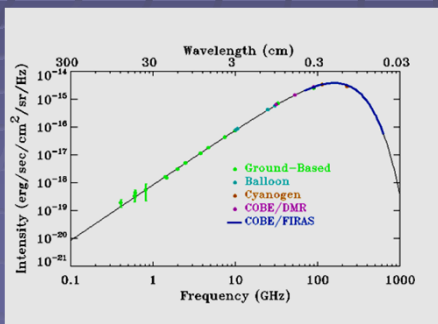
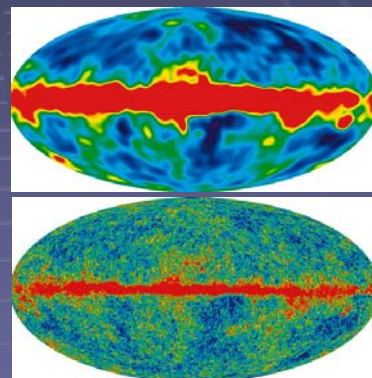
$$P = \frac{2}{c} \iint B_\nu \cos^2 \theta \, d\nu d\Omega = \frac{4\pi}{3c} \int B_\nu d\nu = \frac{\varepsilon}{3} \quad (5)$$

すべて温度で決まる

宇宙背景放射

- 宇宙は3Kの黒体放射で満たされている = 宇宙背景放射
- ビッグバン宇宙に対する最も重要な観測的証拠のひとつ (宇宙が過去に高温高密度であったことの証拠)

COBE(上)とWMAP(下)が電波でみた宇宙(中央は銀河面)



宇宙背景放射のスペクトル

宇宙背景放射 と ビッグバン宇宙(続)

ロバートソン・ウォーカー時空

- 計量 $g_{\mu\nu}$: 時空の構造を表す量
- ロバートソン・ウォーカー計量
一様等方宇宙を表す計量

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right].$$

- $a(t)$ はスケール因子。時間変動する。
現在($t=t_0$)において $a(t_0)=1$
- K は宇宙の曲率(ユークリッド空間からのずれ)

アインシュタイン方程式

- アインシュタイン方程式(一般相対性理論, 1915年)
時空の構造(左辺)と物質(右辺)の関係式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}.$$

$R, R_{\mu\nu}$ は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ によって決まる量
(含む微分)

$T_{\mu\nu}$ はエネルギー-運動量テンソル

Λ は任意の定数(アインシュタインの宇宙定数)

- 上式から時間、空間に対する微分方程式が得られる。
(テンソルは4x4、ただし対称性より式は最大10本)

フリードマン方程式

- アインシュタイン方程式とロバートソン・ウォーカー計量から以下の関係式が得られる(1922年)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{Kc^2}{a^2}$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon + 3P) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

ε はエネルギー密度(ρc^2), P は圧力(共に時間の関数)

スケール因子の時間微分を含む微分方程式であり、
特殊な解を除いて宇宙は変動(膨張or縮小)することが
わかる。

エネルギー密度、圧力、温度

- 2本の方程式から2回微分項を消去すると

$$\frac{d\varepsilon}{da} = -\frac{3}{a}(\varepsilon + P)$$

という関係式を得る。

- 通常の場合P=0とみなせ、 $\varepsilon(=\rho c^2) \propto a^{-3}$
- 光子など相対論的な物質(光速度で運動)の場合、 $P=\varepsilon/3$ より、 $\varepsilon \propto a^{-4}$
- 輻射(光子)については $\varepsilon \propto T^4$ の関係より、

$$T = \frac{T_0}{a}, \quad (T_0=2.7\text{Kは現在の輻射温度})$$

補足: 授業で端折った式の導出

ロバートソンウォーカー計量をアインシュタイン方程式に導入すると、以下のフリードマン方程式が得られる。

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{Kc^2}{a^2} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon + 3P) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (2)$$

第一の方程式の時間微分をとると、

$$2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\left(\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{3c^2}\dot{\varepsilon} + \frac{2Kc^2\dot{a}}{a^3} \quad (3)$$

左辺の2個目の括弧の中で再度、第一、第二の方程式を用いて、

$$2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)\left(-\frac{4\pi G}{c^2}(\varepsilon + P) + \frac{Kc^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{3c^2}\dot{\varepsilon} + \frac{2Kc^2\dot{a}}{a^3} \quad (4)$$

これより、

$$\dot{\varepsilon} = -3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)(\varepsilon + P) \quad (5)$$

あるいは、

$$\frac{d\varepsilon}{da} = -\frac{3}{a}(\varepsilon + P) \quad (6)$$

宇宙のパラメーター

- 宇宙を記述するパラメーターを以下で定義する。

ハッブル定数 $H_0 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)_{t=t_0}$

臨界密度と密度パラメーター $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$, $\Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_c}$,

宇宙項パラメーター $\lambda_0 = \left(\frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}\right)$ ρ_0 は現在の密度

曲率パラメーター $k_0 = \left(\frac{K c^2}{H_0^2}\right)$

ハッブル定数は時間の逆数の次元、臨界密度は質量密度の次元、他の3つは無次元

無次元化した方程式

- フリードマン方程式の第一式を $\tau = H_0 t$, 等を用いて無次元化すると

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \Omega_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) a^2 + \lambda_0 a^2 - k_0,$$

ただし、現在 $a=1$, $da/d\tau=1$ より

$$\Omega_0 + \lambda_0 - k_0 = 1$$

- すなわち、宇宙の進化は $(H_0, \Omega_0, \lambda_0)$ の3パラメーターと ρ の関数形が与えられれば決まる。

密度のふるまい

- 宇宙の密度分布は通常物質(非相対論的物質)および相対論的物質の和

$$\Omega_0 \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\Omega_{N0}}{a^3} + \frac{\Omega_{R0}}{a^4},$$

このときのスケール因子の方程式は

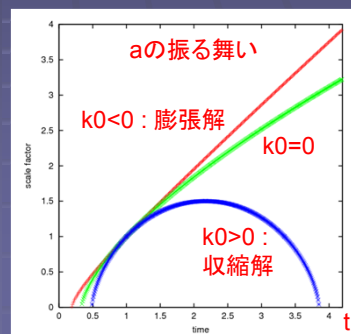
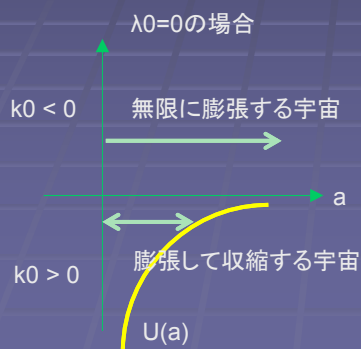
$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{\Omega_{N0}}{a} + \frac{\Omega_{R0}}{a^2} + \lambda_0 a^2 - k_0,$$

スケール因子のふるまい

- スケール因子に関する方程式は、ポテンシャル中の1次元運動と同じ形

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 + U(a) = -k_0,$$

$$U(a) = -\frac{\Omega_{N0}}{a} - \frac{\Omega_{R0}}{a^2} - \lambda_0 a^2.$$

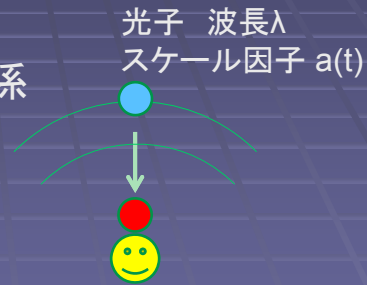


赤方偏移

- 宇宙を伝播する光子の波長は、スケール因子の変化に伴って変化する。
- 波長とスケール因子の関係

$$\lambda_{\text{obs}} = \frac{a(t_0)}{a(t)} \lambda = \frac{\lambda}{a}$$

$E=h\nu$ の関係から光子のエネルギーも変化する



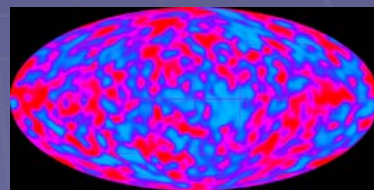
光子 波長 λ_{obs}
スケール因子 $a(t_0)=1$

宇宙背景放射

- 過去にスケール因子が現在より小さければその分温度が上昇

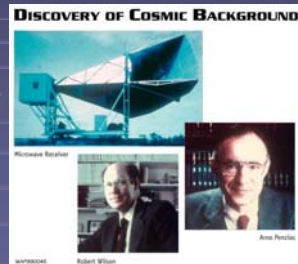
$$T = \frac{T_0}{a}$$

- 物質が電離するくらい温度が高い状態では、多数の電子によって光子が散乱されるため、宇宙が不透明に → 宇宙全体が黒体放射で満たされる
- 宇宙の晴れ上がり(電子散乱が効かなくなる状態)は、 $T \sim 3000 \text{ K}$ で起こる
→ $a \sim 1/1000$
- このときの黒体放射(約3000K)が赤方偏移によって2.7Kの宇宙背景放射として見える



宇宙背景放射の発見

- 宇宙背景放射の発見（1965年）
ペンジャース、ウィルソン



宇宙の温度は絶対温度3度（マイナス270度）

The Nobel Prize in Physics 1978

"For his basic inventions and discoveries in the area of low-temperature physics"

"for their discovery of cosmic microwave background radiation"

Pyotr Leonidovich Kapitsa	Arno Allan Penzias	Robert Woodrow Wilson
1/2 of the prize USSR	1/4 of the prize USA	1/4 of the prize USA
Academy of Sciences Moscow, USSR b. 1894 d. 1984	Bell Laboratories Holmdel, NJ, USA b. 1933 (in Munich, Germany)	Bell Laboratories Holmdel, NJ, USA b. 1936

COBE衛星

- COsmic Background Explorer
- 宇宙背景放射を精密計測する衛星(米国 NASA)
- 1989年に打ち上げ
- 周波数 30 ~ 90 GHz ほか
分解能~7度
- 宇宙背景放射が黒体輻射であることを高い精度で確認し、一方、その温度揺らぎを初めて発見した。

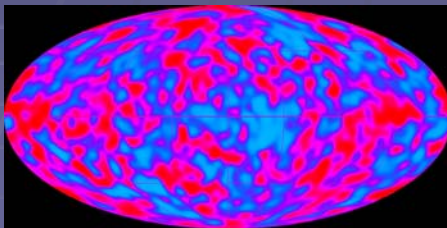


宇宙背景放射のゆらぎの検出

- 構造形成の種となるゆらぎを発見
 $\Delta T/T \sim 10^{-5}$

宇宙に構造(銀河、星など)が
形成するために必要な種を発見

COBEがみた宇宙背景放射の揺らぎ



2006年度ノーベル賞



The Nobel Prize in Physics 2006

"for their discovery of the blackbody form and anisotropy of the cosmic microwave background radiation"



Photo: NASA

John C. Mather

① 1/2 of the prize

USA

NASA Goddard Space
Flight Center
Greenbelt, MD, USA

b. 1946

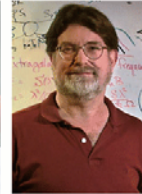


Photo: R. Kalitzschmidt/LBNL

George F. Smoot

① 1/2 of the prize

USA

University of California
Berkeley, CA, USA

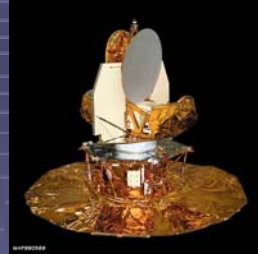
b. 1945

背景放射の揺らぎの意味

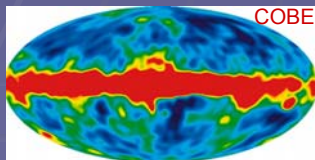
- 揺らぎの検出の意義
現在の宇宙に存在する構造の種が確認された。
ビッグバン宇宙論の枠組みで、現在の宇宙の構造(銀河、銀河団など)を説明することが可能に
- 2つの重要な問題
 - 1) ゆらぎが小さすぎる
通常物質だけから宇宙ができているとすると重力で構造(銀河、星)が成長するのに宇宙年齢以上かかる
→ 通常物質と異なる暗黒物質が必要
 - 2) どの方向を見ても一様
因果関係の無いはずの場所だが...
→ インフレーション?

WMAP

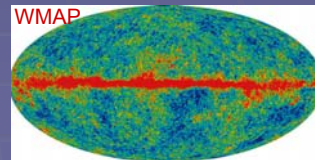
- COBEよりもさらに高分解能で揺らぎを観測する衛星(米国)(2001年打ち上げ)
- 口径1.5m、周波数 22 – 90 GHz
- $\Theta = \lambda / D \sim 0.3 \text{ deg}$ (@ 40GHz)
(COBEは $\theta \sim 7 \text{ deg}$)



WMAP衛星

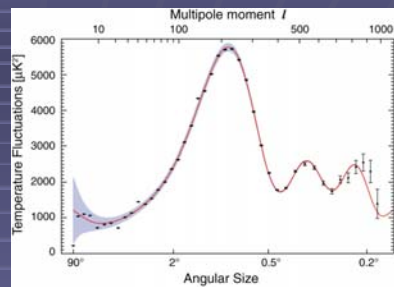


全天マップの比較
COBE → WMAP



WMAPの成果

- ゆらぎの角度相関の測定から宇宙の基本構造(宇宙論パラメーター)を決定
- 代表的なもの

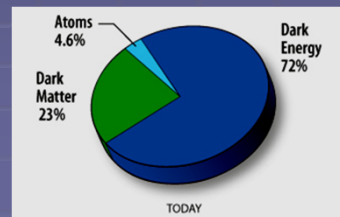


背景放射の相関の角度スペクトル

宇宙の組成

ダークマター 23% (Ω_0)
 ダークエネルギー 72% (λ_0)
 バリオン 5% (Ω_b)

宇宙年齢 137億年 など



宇宙の組成

Spergel et al. (2003) : すでに6000回以上引用されているメガヒット論文!