

# 宇宙科学II（電波天文学） 第7回

ビッグバン宇宙（続）&  
星の一生

前回の復習

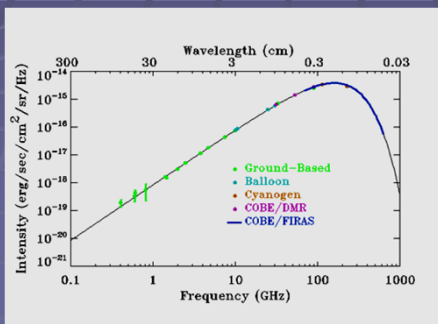
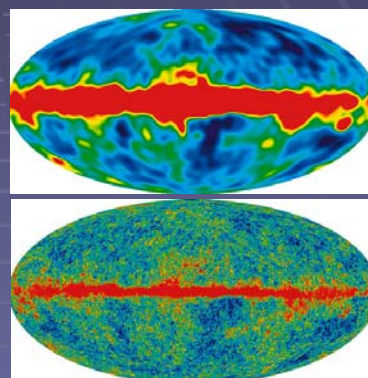
# ビッグバン宇宙論の三大証拠

- 宇宙膨張(ハッブルの法則, 1929年)  
遠い銀河ほど大きな後退速度を持つ
- 元素合成(1948年)  
宇宙における元素組成(水素~75%, ヘリウム~25%)  
は宇宙初期の高温状態から説明可能
- 宇宙背景放射(1965年)  
宇宙が昔高温、高密度であったことの痕跡

## 宇宙背景放射

- 宇宙は3Kの黒体放射で満たされている=宇宙背景放射
- ビッグバン宇宙に対する最も重要な観測的証拠のひとつ  
(宇宙が過去に高温高密度であったことの証拠)

COBE(上)とWMAP(下)が  
電波でみた宇宙(中央は銀河面)



宇宙背景放射のスペクトル

## 宇宙論パラメーター

- 宇宙の振る舞いはいくつかのパラメーターで書ける。

ハッブル定数  $H_0 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)_{t=t_0}$

臨界密度と密度パラメーター  $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad \Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_c},$

宇宙項パラメーター  $\lambda_0 = \left(\frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}\right)$   $\rho_0$ は現在の密度

曲率パラメーター  $k_0 = \left(\frac{K c^2}{H_0^2}\right)$

ハッブル定数は時間の逆数の次元、臨界密度は質量密度の次元、他の3つは無次元

## フリードマン方程式

- 宇宙の密度分布を通常物質(非相対論的物質)および相対論的物質の和とすると、無次元化したスケール因子の方程式は

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{\Omega_{N0}}{a} + \frac{\Omega_{R0}}{a^2} + \lambda_0 a^2 - k_0,$$

ただし $\Omega_{N0}$ は通常物質の密度パラメーター( $\rho_c$ との比)

$\Omega_{R0}$ は相対論的物質の密度パラメーター

(非相対論的物質のみの場合、 $\Omega_0 = \Omega_{N0}, \Omega_{R0} = 0$ )

$\lambda_0$ : 宇宙項パラメーター

$k_0$ : 曲率パラメーター

## ビッグバン宇宙(続)

### いくつかの具体的な解

- 非相対論物質のみ( $\Omega_{R0}=0$ )、曲率と宇宙項0の場合( $k=\lambda=0$ )

曲率および宇宙項0の場合、フリードマン方程式は

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{\Omega_0}{a}, \quad (2)$$

膨張解の場合、

$$\sqrt{a} da = \sqrt{\Omega_0} d\tau, \quad (3)$$

これを積分して、

$$\frac{2}{3} a^{3/2} = \sqrt{\Omega_0} \tau + C. \quad (4)$$

ここで宇宙開始 ( $a=0$ ) の時刻を  $\tau=0$  ととれば  $C=0$  となるから、この式を整理して、

$$a = \left(\frac{3\sqrt{\Omega_0}\tau}{2}\right)^{2/3}. \quad (5)$$

現在の時刻は  $a(\tau_0) = 1$  より、

$$\tau_0 = \frac{2}{3\sqrt{\Omega_0}} \quad (6)$$

( $\tau = H_0 t$ )

## いくつかの具体的な解

- 宇宙項優勢の宇宙の場合( $\lambda$ 以外は0)

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \lambda_0 a^2 \quad (7)$$

膨張解の場合、

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right) = \sqrt{\lambda_0} a, \quad (8)$$

これを積分して、

$$a(\tau) = C \exp(\sqrt{\lambda_0} \tau), \quad (9)$$

ただし、 $a(\tau_0) = 1$  より、

$$C = \exp(-\sqrt{\lambda_0} \tau_0), \quad (10)$$

これより、

$$a(\tau) = \exp(\sqrt{\lambda_0}(\tau - \tau_0)), \quad (11)$$

指数関数的に膨張する宇宙となる

## ビッグバン宇宙論の三大証拠

- 宇宙膨張(ハッブルの法則, 1929年)  
遠い銀河ほど大きな後退速度を持つ
- 元素合成(1948年)  
宇宙における元素組成(水素~75%, ヘリウム~25%)  
は宇宙初期の高温状態から説明可能
- 宇宙背景放射(1965年)  
宇宙が昔高温、高密度であったことの痕跡

## ハッブルの法則

- 近傍の銀河の距離 $l$ と後退速度 $v$ は比例する

$$v = H_0 l$$

- 銀河を光が出た時刻 $t$ での $a(t)$

$$a(t_0 - \delta t) = a(t_0) - \dot{a}(t_0)\delta t = 1 - H_0\delta t,$$

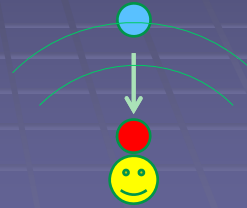
- 伝播時間と距離の関係

$$\delta t \approx \frac{l}{c},$$

- 後退速度

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda}{\lambda} = \frac{1}{a} - 1 \approx H_0 \frac{l}{c}$$

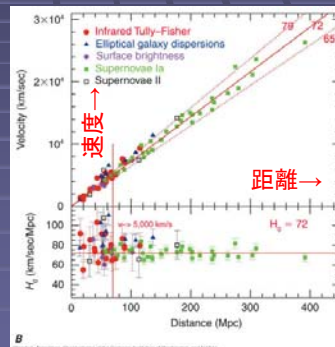
光子 波長 $\lambda$   
スケール因子  $a(t)$



光子 波長 $\lambda_{\text{obs}}$   
スケール因子  $a(t_0)=1$

## ハッブルの法則 II

- エドウィン・ハッブル(1889~1953)が1929年に発見



最新の  
観測結果

- 最新の値:  $H_0 = 72 \text{ km/s/Mpc}$  (+/-2)
- $H_0$ の逆数は宇宙年齢の目安 ( $1/H_0 \sim 135$ 億年)

## ビッグバン宇宙論の三大証拠

- 宇宙膨張(ハッブルの法則, 1929年)  
遠い銀河ほど大きな後退速度を持つ
- 元素合成(1948年)  
宇宙における元素組成(水素~75%, ヘリウム~25%)  
は宇宙初期の高温状態から説明可能
- 宇宙背景放射(1965年)  
宇宙が昔高温、高密度であったことの痕跡

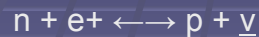
## 宇宙初期の物質の進化

- $t < 10^{-4}$  sec  
クォーク・グルーオンプラズマ
- $t \sim 10^{-4}$  sec  
陽子、中性子生成。同数で平衡状態
- $t \sim 1$  sec  
弱い相互作用が効かなくなり、陽子、中性子数が凍結 (計算によると約7:1)
- $t \sim 10^2$  sec  
元素合成

# ビッグバン元素合成 I

ヘリウムが25%の理由

- $t < 1 \text{ sec}$ 以下では陽子と中性子は平衡状態で同数



- 弱い相互作用が効かなくなると平衡がやぶれる。その時の温度で陽子・中性子比が決まる。
- 元素合成が行われる時刻( $t \sim 100 \text{ sec}$ )での陽子・中性子は理論計算から約7:1
- 中性子がすべてHeに取り込まれると  

$$X_{\text{He}} = 4(N_n/2) / (N_p + N_n) = 0.25 !$$

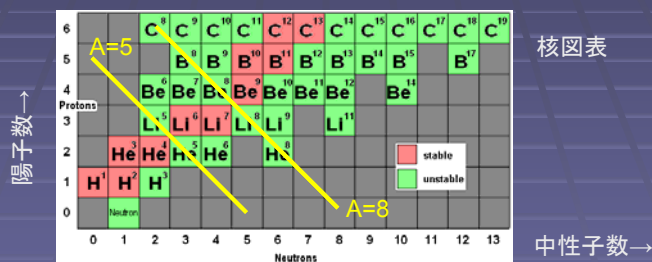


# ビッグバン元素合成 II

ヘリウムより重い元素の生成がほとんど進まない理由

- 質量数5, 8の安定な元素がない

He + p, He + n, He + He などの反応が起こらない



- 星の中心での元素合成にくらべて密度が低く、  

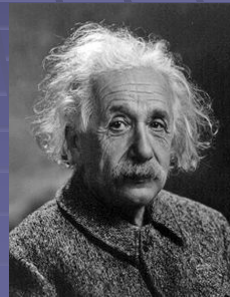
$$3\text{He} \rightarrow 12\text{C}$$
  
 などの3体反応はおきない。 → 水素75%, ヘリウム25%



## ビッグバン宇宙 まとめ

- 理論的に予想され、3大証拠を含む多数の科学的証拠により実証された現代宇宙観の根幹である  
(常識的には信じられないかもしれないが...)

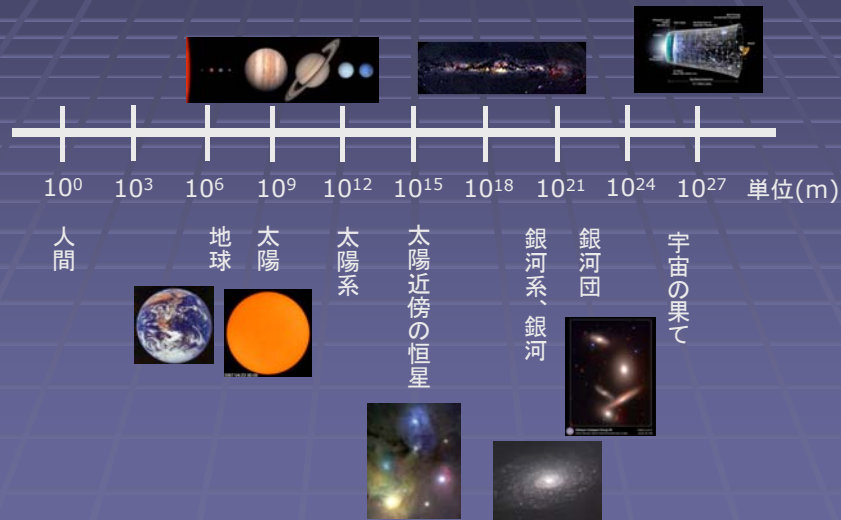
アインシュタイン自身も最初は  
信じなかった...  
(宇宙項の導入とその後の  
撤回。しかし、宇宙項は現在  
その存在が確実)



## 主系列星

## 宇宙の階層構造

- ログスケールで表示した宇宙の大きさ



## 主系列星

- 太陽のような普通の恒星を主系列星という
- 中心部で水素の核融合が起きて輝く
- 質量は太陽の~0.1倍から~100倍  
(それより軽い星は核融合を起こさない)
- 星の色(温度)と等級に良い相関がある  
(色—等級関係)



恒星の例  
(オリオン座)

## 星には一生がある

- 星は人間と同じように生まれて死ぬ

星間ガスが重力収縮して星が誕生



核融合反応で恒星として輝く(主系列)



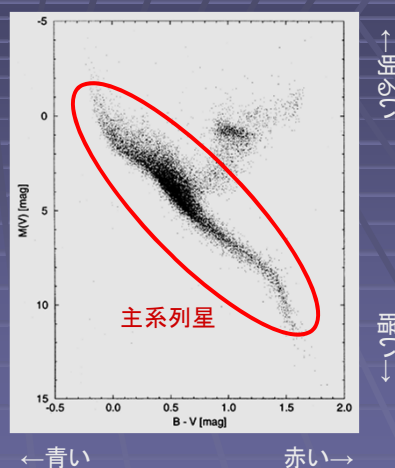
核融合の燃料が無くなると燃え尽きる

主系列星は可視光で最も明るく、電波天文学の対象として取り上げられることは少ない。しかし、星の誕生と死は電波天文学でも重要な観測対象

## 色等級図(HR図)

- 星の色と明るさ(等級)の関係を表す。
- Hertzsprung-Russell図(HR図)とも呼ばれる。
- この図上で、太陽のような星は1本の主系列にのる

主系列: 明るい星ほど青い  
(明るい星ほど温度が高い)

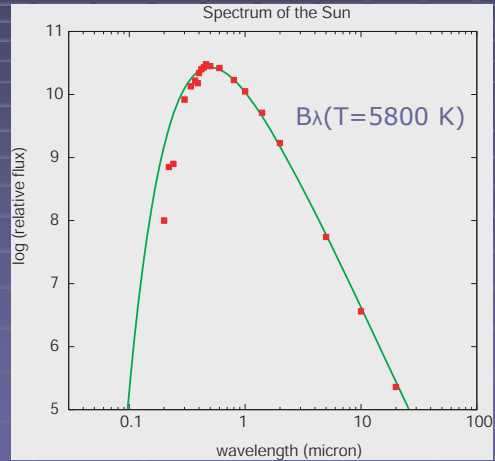


## 太陽: 恒星の代表格

- 太陽: 極めて普通の恒星
- 太陽の光球  
温度~5800度の黒体に近い
- $\lambda_{\text{max}} = 0.5 \mu\text{m}$   
→ 可視光線



SOHOが見た太陽



太陽のスペクトル

## 地球の温度

- 太陽の光度  $L_{\text{sun}} = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4$
- 地球が単位時間に受け取るエネルギー  

$$P_{e\_in} = L_{\text{sun}} \times (\pi R_e^2) / (4 \pi a^2) \times (1-A)$$
 (a: 位置天文単位、A: 反射率)
- 地球が単位時間に放出するエネルギー  

$$P_{e\_out} = 4\pi R_e^2 \sigma T_e^4 \times (1-f)$$
 (f: 温室効果を表す係数)



T=5800 K



T~300 K

## 太陽と地球の温度 II

- 地球における入力と出力のつり合いから、

$$T_e = \left( \frac{1 - A}{1 - f} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{R_\odot}{2a}} T_\odot,$$

$$a = 1.5 \times 10^8 \text{ km}, R_{\text{sun}} = 7 \times 10^5 \text{ km}$$

$$T_{\text{sun}} = 5800 \text{ K}$$

- A=f=0の時  $T_e = 279 \text{ K} (6^\circ\text{C})$
- A=0.3, f=0の時  $T_e = 255 \text{ K} (-18^\circ\text{C})$

黒体近似でも地球の温度をだいたい説明できる。

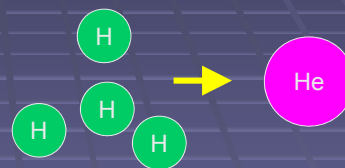
実際の地球はA=0.3なので、f(温室効果)がないと地球は凍る

→ 温室効果ガスは必要。が、増えすぎてもバランスがくずれる

## 恒星のエネルギー源

- 太陽のような恒星は核融合を起こして輝く

- 主系列での核融合反応  
 $4 \text{ H} \rightarrow \text{He}$  等



- 核融合を起こす燃料がなくなると星は燃え尽きて死を迎える
- したがって恒星中の水素が燃え尽きる時間が寿命

## 特殊相対論

- 以下の話の準備として、特殊相対論に関する話を少しだけ(エネルギー関連)
- 質量 $m$ 、速度 $v$ の物体の運動量、エネルギーは

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

- 古典的な極限( $v \ll c$ )では

$$\vec{p} \approx m\vec{v}, \quad E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

となり、運動量はニュートン力学に一致。

エネルギーは第2項がニュートン力学の運動エネルギーに一致

## 特殊相対論 II

- 前頁のエネルギーの第1項は質量で決まるエネルギー。速度 $v=0$ とすれば

$$E = mc^2$$

という、質量とエネルギーが等価であるという有名な関係式が得られる。

- 一般の場合には、

$$E^2 - c^2p^2 = \left( \frac{m^2c^4 - m^2v^2c^2}{1 - v^2/c^2} \right) = m^2c^4 \text{ より、}$$

$$E^2 = (mc^2)^2 + c^2p^2 \text{ となる。}$$

特に、光子( $m=0$ )や相対論的物質( $mc^2 \ll cp$ )の場合、

$$E = cp$$

となる(黒体輻射の圧力の計算でもこれを用いた)

## 核融合のエネルギー

- 質量とエネルギーは等価 :  $E = mc^2$
- 核融合で開放されるエネルギーは反応前後の質量差( $\Delta m$ )による ( $\Delta E = \Delta m c^2$ )

水素 $^1\text{H}$ の質量	1.0078 u
ヘリウム $^4\text{He}$ の質量	4.0026 u
ヘリウム1個と水素4個の差	$\Delta m = 0.0286 \text{ u}$
( $\Delta m / 4\text{u} \sim 0.7\%$ , 静止質量の0.7%を解放)	

u はおよそ陽子1個の質量( $m_{\text{H}} = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ )に相当  
ヘリウム1個が生成されて解放されるエネルギー

$$\Delta E = \Delta m c^2 = 4.3 \times 10^{-12} \text{ J}$$

## 太陽の寿命

- 太陽の光度  $L_{\text{sun}} = 3.8 \times 10^{26} \text{ W}$
- 太陽質量  $M_{\text{sun}} = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$
- すべてが水素だとして核融合で取り出せるエネルギー総量

$$E = 0.007 M_{\text{sun}} c^2 = 1.3 \times 10^{45} \text{ J}$$

- すべての水素が燃えた場合の寿命  
 $t = E / L_{\text{sun}} = 1000 \text{ 億年}$
- 実際には中心部の10%程度が燃焼可能なので、  
太陽の寿命は約100億年となる。