

## 天体測定学 II 2008-7

### 1 分子からの電波放射

分子は原子に比べて複雑な構造をしており、振動や回転にともなう複数の量子状態間の遷移によって電磁波を放射する。振動遷移にともなう放射は多くの場合赤外線領域となるが、回転遷移では電波帯の放射も多数あり、電波天文学の重要な観測対象である。

#### 1.1 2原子分子の回転遷移

星間空間において(特に低温度領域では)、 $\text{H}_2$ 、 $\text{CO}$ 、 $\text{OH}$ 、 $\text{SiO}$ などの2原子分子が存在する。古典力学的に考えると、分子の回転運動(重心周り)のエネルギー  $E_{\text{rot}}$  は

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\omega^2(m_a r_a^2 + m_b r_b^2). \quad (1)$$

ここで、 $m_a$ 、 $m_b$  は2つの原子の質量であり、 $r_a$ 、 $r_b$  は分子の重心からそれぞれ原子までの距離である。また、 $\omega$  は回転角速度である。一方、2原子間の距離を  $r$  とすると

$$r_a = \frac{m_b}{m_a + m_b}r, \quad r_b = \frac{m_a}{m_a + m_b}r, \quad (2)$$

であるから、 $E_{\text{rot}}$  は

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_a m_b}{m_a + m_b}\right)r^2\omega^2 \equiv \frac{1}{2}\mu r^2\omega^2, \quad (3)$$

ここで

$$\mu \equiv \frac{m_a m_b}{m_a + m_b}, \quad (4)$$

は換算質量である。さらに、

$$I \equiv \mu r^2, \quad (5)$$

で定義される慣性モーメントを用いると、

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2, \quad (6)$$

となる。一方、古典力学的な回転の角運動量  $L_{\text{rot}}$  は、

$$L_{\text{rot}} = I\omega, \quad (7)$$

であるから、エネルギー  $E_{\text{rot}}$  を角運動量  $L_{\text{rot}}$  で表すと、

$$E_{\text{rot}} = \frac{L_{\text{rot}}^2}{2I} \quad (8)$$

となる。

古典的な回転エネルギーが上記のように記述できる時、量子力学によれば  $L$  を角運動量演算子で置き換えてハミルトニアン  $H$  を作り、シュレーディンガー方程式  $H\Psi = E\Psi$  を解くことで、エネルギー固有値が以下のように得られる。

$$E = \frac{\hbar^2}{2I}J(J+1) = \frac{h^2}{8\pi^2I}J(J+1). \quad (9)$$

ここで、 $\hbar = h/2\pi$  であり、 $J = 0, 1, 2, \dots$  は回転量子数である。CO のように非対称な分子は、電子双極子モーメントが 0 でないため、双極子放射が可能であり、遷移の際の量子数差  $\Delta J$  は  $\Delta J = \pm 1$  となる。一方、 $H_2$  のように対称な分子は双極子放射は禁止され、代わりに四重極放射での放射になり、このとき  $\Delta J = \pm 2$  である。

### 1.1.1 いくつかの重要な分子の例

$H_2$ ,  $J=2-0$ :  $r=0.074$  nm,  $\nu = 1.1 \times 10^4$  GHz,  $\lambda = 27$   $\mu$ m (中間赤外線)

CO,  $J=1-0$ :  $r=0.113$  nm,  $\nu = 115$  GHz,  $\lambda = 2.6$  mm (ミリ波)

SiO,  $J=1-0$ :  $r=0.151$  nm,  $\nu = 43$  GHz,  $\lambda = 7$  mm (ミリ波)

## 1.2 多原子分子

3 原子以上の分子も星間空間で多数観測されている。例えば、 $H_2O$ , HCN,  $HCO^+$ ,  $NH_3$ ,  $CH_3OH$  等。

## 2 輝線の放射条件

### 2.1 励起温度

局所熱平衡状態 (LTE) が成り立たない場合、ある 2 つの準位分布について

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{\text{ex}}}\right), \quad (10)$$

で定義される温度  $T_{\text{ex}}$  を励起温度という。励起温度は LTE の場合、すべての準位に対して等しく、系の温度 (熱運動の温度)  $T$  に等しい。一方、LTE でない場合、励起温度  $T_{\text{ex}}$  は準位ごとに異なる値を取り得る。

LTE の場合の輻射輸送の式との比較から、励起温度  $T_{\text{ex}}$  のガス中を伝播したときの輝度温度は、

$$T_b = T_b(0)e^{-\tau_\nu} + T_{\text{ex}}(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (11)$$

と書ける。

## 2.2 励起温度を決める要因

今、放射と衝突によって2準位間の遷移がおこる状態を考える。衝突による遷移確率を  $C_{12}$ ,  $C_{21}$  放射による遷移確率を  $R_{12}$ ,  $R_{21}$  とする。衝突優勢で平衡状態が達成されている場合、2準位間の遷移のつり合いより、

$$n_1 C_{12} = n_2 C_{21}, \quad (12)$$

となる。一方、LTEの場合

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_k}\right), \quad (13)$$

ここで  $T_k$  は熱運動による運動学的温度 (kinetic temperature) である。上の2つの式より

$$C_{12} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_k}\right) C_{21} \quad (14)$$

の関係が成り立つ。

一方、放射についても考えると、吸収によって上の準位に遷移する確率は

$$R_{12} = B_{12} I_\nu, \quad (15)$$

誘導放射と自発放射によって下の準位に遷移する確率は

$$R_{21} = B_{21} I_\nu + A_{21}, \quad (16)$$

と書ける。放射と衝突両者を含めて2準位間の遷移確率がつり合う状況を考えて

$$n_1 (C_{12} + R_{12}) = n_2 (C_{21} + R_{21}), \quad (17)$$

これより

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{C_{12} + R_{12}}{C_{21} + R_{21}} = \frac{C_{12} + B_{12} I_\nu}{C_{21} + A_{21} + B_{21} I_\nu} \quad (18)$$

式(14)および、およびアインシュタインの関係式

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}, \quad (19)$$

$$A_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{21}, \quad (20)$$

より、

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{e^{-h\nu/kT_k} C_{21} + \frac{c^2}{2h\nu^3} I_\nu A_{21}}{C_{21} + A_{21} \left(1 + \frac{c^2}{2h\nu^3} I_\nu\right)} \quad (21)$$

以下、電波帯なのでレーリーゼンズ近似 ( $h\nu \ll kT$ ) が成立する状況を考える。輝度  $I_\nu$  は輝度温度  $T_b$  を用いて

$$I_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_b, \quad (22)$$

とかけるから、式 (21) は

$$\begin{aligned}
\frac{n_2}{n_1} &= \frac{g_2}{g_1} \frac{(1 - \frac{h\nu}{kT_k})C_{21} + \frac{kT_b}{h\nu} A_{21}}{C_{21} + A_{21} (1 + \frac{kT_b}{h\nu})} \\
&= \frac{g_2}{g_1} \left[ 1 - \frac{\frac{h\nu}{kT_k} C_{21} + A_{21}}{C_{21} + A_{21} (1 + \frac{kT_b}{h\nu})} \right] \\
&\approx \frac{g_2}{g_1} \left[ 1 - \frac{\frac{h\nu}{kT_k} C_{21} + A_{21}}{C_{21} + \frac{kT_b}{h\nu} A_{21}} \right] \tag{23}
\end{aligned}$$

となる。ここで、最後の近似では  $kT_b/h\nu \gg 1$  を用いている。

一方、レーリージーンズ近似 ( $h\nu \ll kT$ ) では、式 (10) は、

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \left(1 - \frac{h\nu}{kT_{\text{ex}}}\right), \tag{24}$$

と近似できる。上の2つの式が等しくなるためには、結局

$$\frac{h\nu}{kT_{\text{ex}}} = \frac{\frac{h\nu}{kT_k} C_{21} + A_{21}}{C_{21} + \frac{kT_b}{h\nu} A_{21}} \tag{25}$$

が成り立つ必要がある。これを励起温度について解くと、

$$T_{\text{ex}} = \left(\frac{h\nu}{k}\right) \frac{C_{21} + \frac{kT_b}{h\nu} A_{21}}{\frac{h\nu}{kT_k} C_{21} + A_{21}}. \tag{26}$$

となる。ここで温度の次元を持つ量  $T_0$  を以下で定義し、

$$T_0 = \frac{h\nu}{k} \frac{C_{21}}{A_{21}}, \tag{27}$$

これを用いて励起温度の式を整理すると、

$$T_{\text{ex}} = \frac{T_0 + T_b}{T_0/T_k + 1} = T_k \left(\frac{T_0 + T_b}{T_0 + T_k}\right) \tag{28}$$

この式より、 $T_0 \gg T_k, T_b$  のとき  $T_{\text{ex}} \approx T_k$  となり、局所熱平衡状態となる。一方、 $T_0 \ll T_k, T_b$  のとき  $T_{\text{ex}} \approx T_b$  となる。これは、放射平衡状態と呼ばれ、これは外部からの放射（輝度温度  $T_b$ ）によって準位が励起されることを表す。この場合、放射輸送の式に  $T_{\text{ex}} \approx T_b$  を代入してみればわかるように、輝線は背景放射にまぎれて観測することができない。

### 2.3 臨界密度

式 (27) より  $T_0$  は  $C_{21}/A_{21}$  に比例する。一方、分子の衝突による遷移確率  $C_{21}$  は分子密度  $n$ 、分子速度  $v$ 、衝突断面積  $\sigma$  を用いると、

$$C_{21} = n\langle\sigma v\rangle \tag{29}$$

と表すことができる。特に  $C_{21} = A_{21}$  となる密度  $n = n_{\text{crit}}$  を臨界密度という。すなわち、

$$n_{\text{crit}} \equiv \frac{A_{21}}{\langle \sigma v \rangle}, \quad (30)$$

局所熱平衡状態が達成されるためには、 $n \gg n_{\text{crit}}$  が必要である。臨界密度  $n_{\text{crit}}$  は分子によって異なるので、分子ごとにトレースできる領域がことなる。すなわち多種類の分子輝線の観測から、ガスの密度や温度などの物理状況を診断することが可能である。

## 2.4 臨界密度の例

臨界密度の例を以下の表にまとめる。中性水素の臨界密度は  $n_{\text{crit}} \approx 10^{-5} \text{cm}^{-3}$  程度であり、一方、星間空間の中性水素密度は  $n_{\text{HI}} \sim 1 \text{cm}^{-3}$  だから、LTE は問題なく成立する。一方、分子輝線の代表格である CO は、臨界密度が  $\sim 10^3 \text{cm}^{-3}$  と中性水素に比べて大きい。従って、CO では星間中性水素ガスで観測される領域よりも 1 千倍以上密度の高い領域が観測されることになる。実際、CO は星形成を行っている分子雲で良く観測される。その他のより臨界密度の高い分子は、分子雲コアなど、まさに星が誕生しようとしている現場を観測するのに使われる。

星間原子および分子の臨界密度			
遷移	周波数	ガス温度	臨界密度 $n_{\text{crit}}$
HI (F=1-0)	1420 MHz	100 K	$1 \times 10^{-5} \text{cm}^{-3}$
CO (J=1-0)	115 GHz	100 K	$3 \times 10^3 \text{cm}^{-3}$
CS (J=1-0)	49 GHz	100 K	$1 \times 10^5 \text{cm}^{-3}$
HCO <sup>+</sup> (J=1-0)	89 GHz	30 K	$2 \times 10^5 \text{cm}^{-3}$
HCN (J=1-0)	89 GHz	30 K	$4 \times 10^6 \text{cm}^{-3}$

## 2.5 分子輝線観測のメリット

分子輝線観測のメリットを以下に挙げる。

- 星形成領域など、他の波長では見えない低温度領域を観測できる。
- ドップラー効果からガスの視線速度が得られる。
- 異なる分子輝線を使い分けることで、密度や温度が異なる領域をトレースできる。
- 分子そのものの研究も可能（星間空間での化学反応など）