電波天文学特論 II 2008-2

2　VLBI の感度 (続き)

VERA の典型値として $\Delta\nu = 256$ MHz, $\tau = 60$ sec, $T_{\rm sys} = 150$ K, $A_e = 0.5 \times \pi \times 10^2$ m^2 を用いると、$\sigma_{\rm noise}$ =15 mJy となり、$S_\nu = 75$ mJy 程度の天体なら S/N 比 5 で検出できることがわかる。すなわち、VERA クラスの望遠鏡で構成される干渉計の、基線ベースでの検出感度はオーダーで 100 mJy レベルとなる。低周波の結合素子型干渉計のように、比較的長い時間コヒーレントにすべてのアンテナ出力を積分できる場合 (例：VLA など) では、像合成後の検出感度は格段に向上することができるが、VLBI の場合は、前述のとおり大気揺らぎによってコヒーレントな長時間積分ができないので、短時間の基線ベースの検出感度が最も重要な感度といえる。以下では、先に見積もった VERA の基線感度が、どれくらいの輝度温度の天体に相当するかを考える。

2.4　輝度とフラックス

まず、最初に、輝度とフラックスの関係をおさらいしておく。この 2 つの量は電波天文学における最重要な観測量である。

輝度（brightness，specific intensity）I_ν は単位周波数、単位時間あたりに単位面積、単位立体角を通過するエネルギー量であり、このエネルギー dE は

$$dE = I_\nu \, dS \, d\Omega \, d\nu \, dt \tag{1}$$

と表すことができる。一方、フラックス（flux，flux density）F_ν は単位周波数、単位時間あたりに単位面積を通過するエネルギー量を表す。すなわち、

$$dE' = F_\nu \, dS \, d\nu \, dt = \int I_\nu \cos\theta \, d\Omega \, dS \, d\nu \, dt, \tag{2}$$

つまり、輝度とフラックスとの間には

$$F_\nu = \int I_\nu \cos\theta \, d\Omega \tag{3}$$

の関係がある。ここで θ は考えている面の法線と光線がなす角であり、$d\Omega$ は立体角要素である。なお、MKSA 単位系では、輝度の単位は W / Hz m^2 str、フラックスは W / Hz m^2 となる。

天体観測においては多くの場合、天体が天球面上で占める立体角は小さく、$\theta \sim 0$ であるとしてよいから、このとき

$$F_\nu = \int I_\nu \, d\Omega. \tag{4}$$

すなわち、天球面上での輝度分布を積分したものがフラックスになる。天球面上での 2 次元位置を例えば x、y で表すと、

$$F_\nu = \int I_\nu(x, y)\, dx\, dy \tag{5}$$

と書ける。すならち、$I_\nu(x, y)$ は天球面上でのある位置での輝度に、F_ν はその天体全体からの輝度を積分した量に相当する。光学天文では、輝度は表面輝度と相当し、 mag / arcsec^2 などの単位で表され、また、フラックスは等級 (mag) に相当する。

2.4.1 良く使う単位

よく使う単位として、

- フラックス： Jy (ジャンスキー、 1 Jy = 10^{-26} W / m^2 Hz)
- 輝度： Jy / beam （望遠鏡のビームあたりのフラックス)、あるいは、K (ケルビン、何度の黒体の輝度に相当するか、以下を見よ)

がある。ジャンスキーはもちろん宇宙電波の発見者 Karl Jansky にちなんだ命名である。

2.5 輝度温度

黒体輻射の輝度 B_ν は以下の式（プランクの放射公式）で書くことができる。

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \tag{6}$$

ここで、$h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js はプランク定数、$k = 1.381 \times 10^{-23}$ J/K はボルツマン定数、$c = 299792458$ m/s は真空中の光速度（定義値）である。

黒体輻射の式は、レーリー・ジーンズ近似 ($h\nu << kT$、低周波領域) では、

$$B_\nu(T) = \frac{2k\nu^2}{c^2}T \propto T, \tag{7}$$

と書き表され、黒体の輝度は黒体温度 T に比例する。

この関係を用いて、一般の天体の輝度 I_ν が（実際に黒体かどうかに関わらず)、「何度の黒体に相当するか」を温度で表したものが輝度温度 (Brightness temperature) である。

すなわち輝度温度 T_b は以下で定義される。

$$I_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2}T_b, \tag{8}$$

あるいは

$$T_b = \frac{c^2}{2k\nu^2} I_\nu, \tag{9}$$

輝度温度は電波観測において大変重要な観測量である。輝度温度は、熱的放射の場合天体の温度を反映し、特に天体が黒体放射をしている場合には、輝度温度 T_b は黒体の温度 T に一致する。

2.6 VLBI 観測可能な輝度温度

これらの関係を用いて、VLBI 観測可能な天体の輝度温度がどの程度かを見積もってみる。いま、天体の立体角は望遠鏡のビームサイズと同程度とし、その中の領域から均一な輝度で放射が出ているとする。このときフラックスと輝度の関係式から

$$S_\nu = I_\nu \Omega. \tag{10}$$

これに、輝度温度の定義式を代入して輝度温度について解くと、

$$T_b = \frac{c^2}{2k\nu^2} \frac{S_\nu}{\Omega}, \tag{11}$$

これに、$S_\nu = 100$ mJy, Ω=(1 mas)^2, $\nu = 22$ GHz を代入すると、$T_b = 2 \times 10^8$ K を得る。すなわち、観測可能な天体は数億度以上の輝度温度を持つものに限られる。このような高い温度での熱平衡状態にあるような天体は存在しないから、VLBI では熱的放射をする天体は観測できないといって良い（ただし、大望遠鏡を用いて集光力を上げれば観測可能な輝度温度を下げることができ、将来熱的放射が VLBI でも観測される可能性はある)。

一方、結合素子型干渉計の例として、VERA と同等の望遠鏡を基線長 B 230 m で配置した場合の感度を求めてみよう。基線長が VERA に比べて 4 桁小さいから、分解能 $\theta \approx 10$ arcsec となり、ビーム立体角 Ω は 8 桁大きくなる。このため、基線ベースの最小検出フラックスを VERA と同等に S_ν=100 mJy とすると、$T_b = 2$ K となる。すなわち、VERA で検出可能な輝度温度に比べて 8 桁も小さく、極低温の熱的放射も十分検出可能であることがわかる。つまり、まったく同じ望遠鏡からなる干渉計でもその分解能に依存して、検出可能な最低輝度温度は大きくことなっているのである。言葉を変えてみると、VLBI はその極めて高い空間分解能故に、感度が大きく犠牲になっている、とも言える。

3 輻射輸送

VLBI で観測可能な高輝度温度を達成可能な放射機構について考える前に、輻射輸送方程式について復習しておく。

3.1 輻射輸送方程式

輝度 I_ν が経路 s にそって物質中を伝播する際にどのように変化するかを表す基礎方程式が輻射輸送方程式である。伝播経路上の物質（例えばガス雲）による吸収、放射の影響を考えると、

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa I_\nu + j_\nu, \tag{12}$$

ここで、κ_ν は吸収係数、j_ν は放射係数である。右辺第 1 項は吸収係数 κ_ν および輝度 I_ν に比例する吸収量を表し、第 2 項は伝播経路上の物質による放射量を表す。

さらに、伝播経路に沿った光学的厚み τ_ν、

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds, \tag{13}$$

および、源泉関数

$$S_\nu \equiv \frac{j_\nu}{\kappa_\nu}. \tag{14}$$

を導入し、S_ν が場所によらず一定とすると、式 (12) は積分できて、

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}), \tag{15}$$

とかける。これが、輻射輸送方程式の解である。ここで、$I_\nu(\tau_\nu = 0) = I_\nu(0)$ は初期条件（$s = 0$ での輝度）を表す。

3.2 温度で表した輻射輸送の式

伝播経路上の物質が局所熱平衡状態にある場合を考えると、式 (15) において $\tau_\nu = \infty$ の極限では I_ν は黒体輻射 B_ν にならなければいけない（黒体とは『すべての周波数の電磁波を吸収し再放射する仮想的な物体』である)。すなわち、熱平衡状態にある源泉関数 S_ν もまた黒体輻射 B_ν に等しく、源泉関数の定義は

$$S_\nu \equiv \frac{j_\nu}{k_\nu}, \tag{16}$$

であるから、最終的に

$$\frac{j_\nu}{k_\nu} = B_\nu, \tag{17}$$

である。これをキルヒホッフの法則という。

この関係を用いると、局所熱平衡状態にある物質中を伝播した際に輻射輸送方程式は

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + B_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}), \tag{18}$$

となり、さらにこれを輝度温度と B_ν のレーリー・ジーンズ近似を用いると、

$$T_b = T_b(0)e^{-\tau_\nu} + T(1 - e^{-\tau_\nu}), \tag{19}$$

という形でかける。これが輝度温度で表した輻射輸送の式である。ここで T は熱平衡状態にある物質の温度である。

この式を見ると、光源の輝度がガスの温度よりも低い場合 ($T_b(0) < T$)、輝度温度の最大は経路上の物質の温度 T になることがわかる。すなわち、熱的放射（熱平衡状態にある物質から、原子・分子の熱運動によって放出される放射）に関しては、その輝度温度の最大値は熱平衡の温度そのものである。

3.3 励起温度

ある 2 つの準位分布について

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp(-\frac{h\nu}{kT_{\rm ex}}), \tag{20}$$

で定義される温度 $T_{\rm ex}$ を励起温度という。励起温度は局所熱平衡状態（LTE）が成り立たない場合でも定義でき、その場合は準位ごとに異なる励起温度を取ることも有り得る。一方、LTE の場合、励起温度はすべての準位に対して等しく、系の温度（熱運動の温度）T に等しい。LTE の場合の輻射輸送の式との比較から、励起温度 $T_{\rm ex}$ のガス中を伝播したときの輝度温度は、

$$T_b = T_b(0)e^{-\tau_\nu} + T_{\rm ex}(1 - e^{-\tau_\nu}), \tag{21}$$

と書ける。

4 高輝度放射 その１：メーザー放射

VLBI 観測可能な高輝度放射としては、メーザー放射およびシンクロトロン放射の 2 つの非熱的放射がこの代表格であり、まず、メーザー放射について考察する。

4.1 反転分布と負の温度

式 (20) で定義される励起温度 $T_{\rm ex}$ は、$g_1 n_2 / g_2 n_1 > 1$ のとき、負の値を取る。このような状態 (上の準位により多くの粒子が分布している状態) を「反転分布」と呼ぶ。このような特殊な状態になったときに誘導放射によって起こるのがメーザー放射が起こる。

4.2 吸収係数と光学的厚み

励起温度が $T_{\rm ex}$ の時、輻射輸送方程式における吸収係数 κ_ν は、アインシュタイン係数を用いて以下のように書ける。

$$\kappa_\nu = \frac{c^2 g_2 n_1}{8\pi\nu^2 g_1} \left[1 - \exp(-\frac{h\nu}{kT_{\rm ex}})\right] A_{21}\phi(\nu') \tag{22}$$

また、光学的厚み τ_ν と吸収係数 κ_ν の関係は、

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds, \tag{23}$$

である。もし、励起温度が負の場合、$\exp(-h\nu/kT_{\rm ex}) > 1$ より、κ_ν および τ_ν が負になることが、上の式から容易にわかる。

4.3 メーザー放射

励起温度が負の場合、τ_ν が負になり、この時の輻射輸送の式は、

$$T_b = T_b(0)e^{|\tau|} + |T_{\rm ex}| \left(e^{|\tau|} - 1\right), \tag{24}$$

となる。このとき、輝度温度は $e^{|\tau|}$ の項によって伝播とともに指数関数的に増幅され、極めて輝度温度の高い放射が観測される。このような現象をメーザー (MASER: Microwave Amplification of Stimulated Emission of Radiation) という。メーザーはレーザーの電波版であるともいえる (LASER: Light Amplification of ...)。歴史的には、1954 年に C. タウンズによって人工的なメーザーが発明され、その後、星間空間の放射から自然界のメーザー現象が多数見つかっている。

参考文献

Rybicki & Lightman, “Radiative Process in Astrophysics”