

総研大 電波天文学 IV (2010)

国立天文台 水沢 VLBI 観測所 本間 希樹

この講義ノートは VLBI 観測手法に関する解説をまとめたものである (講義の前半に解説予定)。

1 VLBI 天文学入門

1.1 VLBI とは

VLBI とは Very Long Baseline Interferometer の略語で、日本語では超長基線干渉計と訳される。すなわち、VLBI は電波干渉計の一種で、その中でも特に基線長が非常に長いものを指す。具体的には基線長は数 100 km から数 1000 km、場合によっては地球サイズを超えて数 10000 km というものもある。VLBI の最大の特徴は、ありとあらゆる波長帯の観測装置の中で、最も高い空間分解能を誇ることであり、これが VLBI の最もユニークな特徴であるといえる。現存する装置で、すでに数 mas (ミリ秒角) から数十 μ as (マイクロ秒角) が達成されている。ハッブル望遠鏡やすばる望遠鏡の最も良いイメージでも分解能は 50 mas 程度だから、これにくらべて VLBI の撮像能力は 2 桁以上良いことがわかる。

1.2 望遠鏡の分解能

あらゆる波長帯の望遠鏡について、その最高分解能 (回折限界ともいわれる) は以下の式で与えられる。

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D} \quad (1)$$

ここで、 λ は観測する電磁波の波長、 D は望遠鏡の口径である。すなわち高い分解能を達成するには、より波長の短い電磁波を観測するか、より大きな望遠鏡を使えばよい。電波の場合波長 λ は他の電磁波に比べて長い、電波干渉計の技術により D を非常に (具体的には地球サイズかそれ以上に) 大きくできる。これによって、ありとあらゆる望遠鏡の中で最も高い空間分解能が達成される。

1.3 なぜ電波か？

式 (1) にあるように、望遠鏡の分解能を上げるには波長を短くするか、口径を大きくするか、2 通りの方法がある。しかし、VLBI は主にセンチ波帯の電

表 1: いろいろな望遠鏡の分解能の例

装置	D	λ	θ
人間の目 (瞳孔)	5 mm	$0.5 \mu\text{m}$	0.34 arcmin
すばる	8.2 m	$2 \mu\text{m}$	50 mas
100m 電波望遠鏡	100 m	1 cm	0.34 arcmin
VERA	2000 km	1 cm	1 mas
VSOP-2	300000 km	7 mm	$48 \mu\text{as}$

波観測で用いられる観測手法であり、その波長は可視光 ($\lambda \approx 0.5 \mu\text{m}$) などに比べれば非常に長い。なぜ、電波領域でのみ、このような高い分解能が達成されているのであろうか？。それは、観測において電磁波をどのように検出しているかに大きく依存している。量子力学によれば電磁波は粒子 (photon) であるとともに波であり、2つの性質を併せ持っている。電波望遠鏡では、電磁波を波として受信しており、観測情報には位相情報が保持されている。このために、複数の望遠鏡で受信した信号を掛け合わせて実効的に大きな口径の望遠鏡を合成する、いわゆる電波干渉計が構成可能である。そのために、非常に大きな (原理的にはいくらかでも大きな) 口径を持つ電波干渉計が合成可能であり、それによって、最高分解能が達成されているのである。一方、光赤外領域では、ほとんどの場合電磁波を photon として検出しており (例えば CCD) その場合、位相情報は得られないので、他の望遠鏡と干渉させることはできない。もちろん、波としての性質を用いた光赤外干渉計もすでに存在しているが、電波干渉計に比べるとその機能は大きく制限されている。

1.4 VLBIの長所と短所

VLBIの長所は何とんでも、その圧倒的な分解能である。それによって、天体の詳細な構造や精密位置を計測すること可能である。一方、その最大の短所は、感度が低く、観測可能な天体が極めて限定されることである。現存の装置で観測できる天体は、輝度温度が非常に高い ($T_b > \sim 10^6$) 非熱的電波源のみである。具体的には、ブラックホールに付随する降着円盤やジェット、あるいは星間分子から出るメーザーなどのみが観測可能で、通常の熱的放射は一切観測できない。すなわち、VLBIは究極の分解能を達成するために感度を大幅に犠牲にした装置であるともいえる。ある意味、非常にクセのある装置であるが、使い方次第で極めてユニークなサイエンスを展開することが可能である。

VLBIの感度が低い理由は主に2つあげることができる。

- スパースな望遠鏡配置

- 大気揺らぎによって長時間積分が実行不可能

前者は、望遠鏡が飛び飛びに配置されていることから明らかであろう。もし、実行開口径 D に相当する領域を望遠鏡で埋め尽くせばこの問題が解決されるが、これには非現実的なコストがかかる。一方、後者は、電磁波を波として扱う干渉計特有の問題で、望遠鏡ごとに大気揺らぎが異なるために位相が乱され、波としての可干渉性（コヒーレンス）が失われる。そのために、例えばセンチ波帯の VLBI では、コヒーレントな積分が可能な時間は数分程度に限られる。これは、電磁波を photon として検出する CCD が実効上何 100 時間でも積分できるのと対照的である。これを解消するために、大気揺らぎを除去するための位相補償観測が有効であり、例えば VERA は 2 ビーム同時観測による位相補償を行うユニークな装置となっている。

2 VLBI の感度

2.1 アンテナ温度

アンテナ温度とは、天体からの電波を電波望遠鏡（アンテナ）で受信した際に励起される電力が、何度のナイキスト雑音に相当するかを表したものである。ナイキスト雑音は、ある一定温度を持つ物体（例えば抵抗）の内部粒子の熱運動によって発生する雑音であり、その電力は雑音の温度 T 、測定周波数帯域幅 $\Delta\nu$ を用いて

$$P = kT\Delta\nu, \quad (2)$$

と書ける。ここで k はボルツマン定数である。一方、フラックス S_ν の天体を有効開口面積 A_e (=開口能率 × 物理的開口面積) の望遠鏡で観測したとすると、

$$P_{\text{ant}} = \frac{1}{2}S_\nu A_e \Delta\nu \equiv kT_a \Delta\nu, \quad (3)$$

と書ける。ここで最初の係数 $1/2$ は通常の観測では偏波を分離して片偏波のみを受信することに対応する。最後の等式が、この電力を励起するのに必要なアンテナ温度 T_a を表している。これより、

$$T_a = \frac{S_\nu A_e}{2k}, \quad (4)$$

と書ける。これが天体のフラックスとアンテナ温度を関係づける式である。

2.2 システム雑音温度

アンテナの出力電力は天体信号によるものだけでなく、大気の熱雑音や受信機が出す雑音なども含まれており、通常の場合、これらが天体からの受信電力よりも圧倒的に大きい。天体のない空の領域に電波望遠鏡を向けた際の望遠鏡の雑音出力を同様に温度で表し、これをシステム雑音温度 T_{sys} と書く。

2.3 S/N 比

電波干渉計を構成する任意の基線で天体を観測した際の S/N 比 (Signal-to-Noise Ratio) はアンテナ温度とシステム雑音温度の大小から求まる。観測の周波数幅を $\Delta\nu$ 、積分時間を τ とすると、雑音レベル σ_{noise} は

$$\sigma_{\text{noise}} = \frac{T_{\text{sys}}}{\sqrt{2\Delta\nu\tau}}, \quad (5)$$

まで低減される。ここで分母の平方根の中の項はサンプル情報の数を表して (ファクター 2 はナイキストサンプルで、最大周波数の 2 倍のサンプルがあることに相当する)。すなわちサンプル数 N に対して、 $1/\sqrt{N}$ に比例して雑音レベルが改善することを示している。

上記の雑音レベルで天体のアンテナ温度を割れば、干渉計で天体を観測した際の基線ベースでの S/N 比が次のように得られる。

$$S/N = \frac{T_a}{\sigma_{\text{noise}}} = \frac{S_\nu A_e \sqrt{2\Delta\nu\tau}}{2kT_{\text{sys}}}. \quad (6)$$

上記の式では、異なる観測局が同等の性能 (システム温度および開口面積) を持つと暗に仮定しているが、実際の干渉計では局によってそれらの値が異なることも有り得る。その場合の基線ベースの S/N 比は、システム温度および開口面積を両局の幾何平均で与えることにより、

$$S/N = \frac{S_\nu \sqrt{A_{e1} A_{e2}} \sqrt{2\Delta\nu\tau}}{2k \sqrt{T_{\text{sys1}} T_{\text{sys2}}}}. \quad (7)$$

と書ける。

例えば、VERA の典型値として $\Delta\nu = 256 \text{ MHz}$, $\tau = 60 \text{ sec}$, $T_{\text{sys}} = 150 \text{ K}$, $A_e = 0.5 \times \pi \times 10^2 \text{ m}^2$ を用いると、 $\sigma_{\text{noise}} = 15 \text{ mJy}$ となり、 $S_\nu = 75 \text{ mJy}$ 程度の天体なら S/N 比 5 で検出できることがわかる。すなわち、VERA クラスの望遠鏡で構成される干渉計の、基線ベースでの検出感度はオーダーで 100 mJy レベルとなる。低周波の結合素子型干渉計のように、比較的長い時間コヒーレントにすべてのアンテナ出力を積分できる場合 (例: VLA など) では、像合成後の検出感度は格段に向上することができるが、VLBI の場合は、前述のとおり大気揺らぎによってコヒーレントな長時間積分ができないので、短時間の基線ベースの検出感度が最も重要な感度といえる。以下では、先に見積もった VERA の基線感度が、どれくらいの輝度温度の天体に相当するかを考える。

2.4 輝度とフラックス

まず、最初に、輝度とフラックスの関係をおさらいしておく。この 2 つの量は電波天文学における最も重要な観測量である。

輝度 (brightness, specific intensity) I_ν は単位周波数、単位時間あたりに単位面積、単位立体角を通過するエネルギー量であり、このエネルギー dE は

$$dE = I_\nu dS d\Omega d\nu dt \quad (8)$$

と表すことができる。一方、フラックス (flux, flux density) F_ν は単位周波数、単位時間あたりに単位面積を通過するエネルギー量を表す。すなわち、

$$dE' = F_\nu dS d\nu dt = \int I_\nu \cos \theta d\Omega dS d\nu dt, \quad (9)$$

つまり、輝度とフラックスとの間には

$$F_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\Omega \quad (10)$$

の関係がある。ここで θ は考えている面の法線と光線がなす角であり、 $d\Omega$ は立体角要素である。なお、MKSA 単位系では、輝度の単位は $W / Hz m^2 \text{ str}$ 、フラックスは $W / Hz m^2$ となる。

天体観測においては多くの場合、天体が天球面上で占める立体角は小さく、 $\theta \sim 0$ であるとしてよいから、このとき

$$F_\nu = \int I_\nu d\Omega. \quad (11)$$

すなわち、天球面上での輝度分布を積分したものがフラックスになる。天球面上での2次元位置を例えば x, y で表すと、

$$F_\nu = \int I_\nu(x, y) dx dy \quad (12)$$

と書ける。すなわち、 $I_\nu(x, y)$ は天球面上でのある位置での輝度に、 F_ν はその天体全体からの輝度を積分した量に相当する。光学天文では、輝度は表面輝度と相当し、 $\text{mag} / \text{arcsec}^2$ などの単位で表され、また、フラックスは等級 (mag) に相当する。

2.4.1 良く使う単位

よく使う単位として、

- フラックス：Jy (ジャンスキー、 $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W} / \text{m}^2 \text{ Hz}$)
- 輝度：Jy / beam (望遠鏡のビームあたりのフラックス)、あるいは、K (ケルビン、何度の黒体の輝度に相当するか、以下を見よ)

がある。ジャンスキーはもちろん宇宙電波の発見者 Karl Jansky にちなんで命名である。

2.5 輝度温度

黒体放射の輝度 B_ν は以下の式 (プランクの放射公式) で書くことができる。

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (13)$$

ここで、 $h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js はプランク定数、 $k = 1.381 \times 10^{-23}$ J/K はボルツマン定数、 $c = 299792458$ m/s は真空中の光速 (定義値) である。

黒体放射の式は、レーリー・ジーンズ近似 ($h\nu \ll kT$ 、低周波領域) では、

$$B_\nu(T) = \frac{2k\nu^2}{c^2} T \propto T, \quad (14)$$

と書き表され、黒体の輝度は黒体温度 T に比例する。

この関係を用いて、一般の天体の輝度 I_ν が (実際に黒体かどうかに関わらず) 「何度の黒体に相当するか」を温度で表したものが輝度温度 (Brightness temperature) である。

すなわち輝度温度 T_b は以下で定義される。

$$I_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_b, \quad (15)$$

あるいは

$$T_b = \frac{c^2}{2k\nu^2} I_\nu, \quad (16)$$

輝度温度は電波観測において大変重要な観測量である。輝度温度は、熱的放射の場合天体の温度を反映し、特に天体が黒体放射をしている場合には、輝度温度 T_b は黒体の温度 T に一致する。

2.6 VLBI 観測可能な輝度温度

これらの関係を用いて、VLBI 観測可能な天体の輝度温度がどの程度かを見積もってみる。いま、天体の立体角は望遠鏡のビームサイズと同程度とし、その中の領域から均一な輝度で放射が出ているとする。このときフラックスと輝度の関係式から

$$S_\nu = I_\nu \Omega. \quad (17)$$

これに、輝度温度の定義式を代入して輝度温度について解くと、

$$T_b = \frac{c^2}{2k\nu^2} \frac{S_\nu}{\Omega}, \quad (18)$$

これに、 $S_\nu = 100$ mJy、 $\Omega = (1 \text{ mas})^2$ 、 $\nu = 22$ GHz を代入すると、 $T_b = 2 \times 10^8$ K を得る。すなわち、観測可能な天体は数億度以上の輝度温度を持つものに限られる。このような高い温度での熱平衡状態にあるような天体は存在しないから、VLBI では熱的放射をする天体は観測できないといって良い (ただ

し、大望遠鏡を用いて集光力を上げれば観測可能な輝度温度を下げることができ、将来熱的放射が VLBI でも観測される可能性はある)。

一方、結合素子型干渉計の例として、VERA と同等の望遠鏡を基線長 $B = 230$ m で配置した場合の感度を求めてみよう。基線長が VERA に比べて 4 桁小さいから、分解能 $\theta \approx 10$ arcsec となり、ビーム立体角 Ω は 8 桁大きくなる。このため、基線ベースの最小検出フラックスを VERA と同等に $S_\nu = 100$ mJy とすると、 $T_b = 2$ K となる。すなわち、VERA で検出可能な輝度温度に比べて 8 桁も小さく、極低温の熱的放射も十分検出可能であることがわかる。つまり、まったく同じ望遠鏡からなる干渉計でもその分解能に依存して、検出可能な最低輝度温度は大きくことなっているのである。言葉を変えてみると、VLBI はその極めて高い空間分解能故に、感度が大きく犠牲になっている、とも言える。

3 輻射輸送

VLBI で観測可能な高輝度温度を達成可能な放射機構について考える前に、輻射輸送方程式について復習しておく。

3.1 輻射輸送方程式

輝度 I_ν が経路 s にそって物質中を伝播する際にどのように変化するかを表す基礎方程式が輻射輸送方程式である。伝播経路上の物質（例えばガス雲）による吸収、放射の影響を考えると、

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu + j_\nu, \quad (19)$$

ここで、 κ_ν は吸収係数、 j_ν は放射係数である。右辺第 1 項は吸収係数 κ_ν および輝度 I_ν に比例する吸収量を表し、第 2 項は伝播経路上の物質による放射量を表す。

さらに、伝播経路に沿った光学的厚み τ_ν 、

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds, \quad (20)$$

および、源泉関数

$$S_\nu \equiv \frac{j_\nu}{\kappa_\nu}. \quad (21)$$

を導入し、 S_ν が場所によらず一定とすると、式 (19) は積分できて、

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (22)$$

とかける。これが、輻射輸送方程式の解である。ここで、 $I_\nu(\tau_\nu = 0) = I_\nu(0)$ は初期条件 ($s = 0$ での輝度) を表す。

3.2 温度で表した輻射輸送の式

伝播経路上の物質が局所熱平衡状態にある場合を考えると、式 (22) において $\tau_\nu = \infty$ の極限では I_ν は黒体輻射 B_ν にならなければいけない (黒体とは『すべての周波数の電磁波を吸収し再放射する仮想的な物体』である)。すなわち、熱平衡状態にある源泉関数 S_ν もまた黒体輻射 B_ν に等しく、源泉関数の定義は

$$S_\nu \equiv \frac{j_\nu}{k_\nu}, \quad (23)$$

であるから、最終的に

$$\frac{j_\nu}{k_\nu} = B_\nu, \quad (24)$$

である。これをキルヒホッフの法則という。

この関係を用いると、局所熱平衡状態にある物質中を伝播した際に輻射輸送方程式は

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + B_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (25)$$

となり、さらにこれを輝度温度と B_ν のレーリー・ジーンズ近似を用いると、

$$T_b = T_b(0)e^{-\tau_\nu} + T(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (26)$$

という形でかける。これが輝度温度で表した輻射輸送の式である。ここで T は熱平衡状態にある物質の温度である。

この式を見ると、光源の輝度がガスの温度よりも低い場合 ($T_b(0) < T$)、輝度温度の最大は経路上の物質の温度 T になることがわかる。すなわち、熱的放射 (熱平衡状態にある物質から、原子・分子の熱運動によって放出される放射) に関しては、その輝度温度の最大値は熱平衡の温度そのものである。

3.3 励起温度

ある2つの準位分布について

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{\text{ex}}}\right), \quad (27)$$

で定義される温度 T_{ex} を励起温度という。励起温度は局所熱平衡状態 (LTE) が成り立たない場合でも定義でき、その場合は準位ごとに異なる励起温度を取ることも有り得る。一方、LTE の場合、励起温度はすべての準位に対して等しく、系の温度 (熱運動の温度) T に等しい。LTE の場合の輻射輸送の式との比較から、励起温度 T_{ex} のガス中を伝播したときの輝度温度は、

$$T_b = T_b(0)e^{-\tau_\nu} + T_{\text{ex}}(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (28)$$

と書ける。

4 高輝度放射 その1：メーザー放射

VLBI 観測可能な高輝度放射としては、メーザー放射およびシンクロトロン放射の2つの非熱的放射がこの代表格であり、まず、メーザー放射について考察する。

4.1 反転分布と負の温度

式(27)で定義される励起温度 T_{ex} は、 $g_1 n_2 / g_2 n_1 > 1$ のとき、負の値を取る。このような状態(上の準位により多くの粒子が分布している状態)を「反転分布」と呼ぶ。このような特殊な状態になったときに誘導放射によって起こるのがメーザー放射が起こる。

4.2 吸収係数と光学的厚み

励起温度が T_{ex} の時、輻射輸送方程式における吸収係数 κ_ν は、アインシュタイン係数を用いて以下のように書ける。

$$\kappa_\nu = \frac{c^2 g_2 n_1}{8\pi\nu^2 g_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{\text{ex}}}\right) \right] A_{21} \phi(\nu') \quad (29)$$

また、光学的厚み τ_ν と吸収係数 κ_ν の関係は、

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds, \quad (30)$$

である。もし、励起温度が負の場合、 $\exp(-h\nu/kT_{\text{ex}}) > 1$ より、 κ_ν および τ_ν が負になることが、上の式から容易にわかる。

4.3 メーザー放射

励起温度が負の場合、 τ_ν が負になり、この時の輻射輸送の式は、

$$T_b = T_b(0)e^{|\tau|} + |T_{\text{ex}}| (e^{|\tau|} - 1), \quad (31)$$

となる。このとき、輝度温度は $e^{|\tau|}$ の項によって伝播とともに指数関数的に増幅され、極めて輝度温度の高い放射が観測される。このような現象をメーザー(MASER: Microwave Amplification of Stimulated Emission of Radiation)という。メーザーはレーザーの電波版であるともいえる(LASER: Light Amplification of ...)。歴史的には、1954年にC. タウンズによって人工的なメーザーが発明され、その後、星間空間の放射から自然界のメーザー現象が多数見つかっている。

4.4 メーザーを起こす輝線

以下に、これまでにメーザーが観測されている分子の中で、輝度が明るい代表的なものをあげる。

主なメーザー輝線				
分子	周波数	典型低なガス温度	ガスの数密度	天体種族
OH	1.6 GHz	~ 100 K	10^5 cm^{-3}	AGB, SFR, AGN
CH ₃ OH	6.7 GHz	~ 150 K	10^5 cm^{-3}	SFR
H ₂ O	22 GHz	~ 500 K	10^9 cm^{-3}	AGB, SFR, AGN
SiO	43 GHz	~ 1500 K	10^9 cm^{-3}	AGB

AGN : Active Galactic Nuclei (活動銀河中心核) AGB : Asymptotic Giant Branch Star (漸近巨星分枝) SFR : Star Forming Region (星形成領域)

4.5 メーザー放射をする領域

メーザー現象は反転分布という極めて特異な状況下で起こるので、メーザーが観測される領域は極めて限られたものとなる。これまでにメーザーが観測されているのは、主に以下の3つのケースである。

- 星形成領域 : 主に、原始星アウトフローが周囲のガスとぶつかって発生するショック領域でメーザーが見える。また、原始星周囲の降着円盤からもメーザーが出る可能性が指摘されているが、今のところ確証はない。
- 晩期型星 : AGB型星から質量放出によって出された星周ガスでメーザーが観測される。
- AGN 周辺領域 : AGN 周囲の降着円盤やジェットに付随してメーザーが観測される。

5 高輝度放射 その2 : シンクロトロン放射

5.1 磁場中の粒子の運動

磁場中を運動する荷電粒子は、磁場に沿ってらせん運動をすることが知られる。実際、磁場に垂直な成分についての運動方程式を書くと(電場はないとする)

$$m \frac{dv_{\perp}^{\vec{}}}{dt} = q \times v_{\perp}^{\vec{}} \times \vec{B}, \quad (32)$$

と書ける。ここで m は荷電粒子の質量、 v_{\perp} は磁場に垂直な運動速度ベクトル、 q は荷電粒子の電荷、 \vec{B} は磁場を表す。加速度ベクトル dv_{\perp}/dt は速度ベクトル v_{\perp} に垂直であり、磁場に垂直な成分の運動は円運動になる。この円運動の速度および加速度は、円運動半径 r および円運動角速度 ω を用いて、

$$v_{\perp} = r\omega \quad (33)$$

$$\frac{dv_{\perp}}{dt} = r\omega^2 \quad (34)$$

と書けるから、上記の運動方程式より、

$$mr\omega^2 = qr\omega B, \quad (35)$$

よって、

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (36)$$

を得る。この ω はジャイロ周波数と呼ばれ、具体的な値は以下で与えられる。

$$\omega = 17.6 \text{ (MHz)} \times \left(\frac{B}{1 \text{ Gauss}} \right) \quad (37)$$

あるいは、周波数 ν で表すと、

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 2.8 \text{ (MHz)} \times \left(\frac{B}{1 \text{ Gauss}} \right), \quad (38)$$

と書ける。ここで磁場の単位ガウスは $1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ T}$ (テスラ)、 $1 \text{ T} = 1 \text{ J/A m}^2$ である。この式の形状からわかるように、ジャイロ周波数は磁場強度のみに依存する。通常の星間空間では磁場は 1 Gauss よりもずっと弱く、ジャイロ周波数も $\text{kHz} \sim \text{Hz}$ のオーダーとなり、観測されるシンクロトロン放射の周波数 ($\text{MHz} \sim \text{GHz}$) に比べてずっと小さい。シンクロトロン放射で観測されている高い周波数領域で高輝度の放射を出すためには、次に述べる特殊相対論的效果が重要である。

5.2 相対論的ビーム効果

今、観測者に対して相対論的 ($v/c \sim 1$) に運動している物体 (粒子でも天体でもよい) からの放射を考えるために、物体と共に動く座標系 K で等方的に放射される放射が観測者の K' 系からどう見えるかを調べる。 K 系で時刻 0 で物体から等方的なパルスを出したとして、時刻 t での放射の等位相面は、4元座標上で

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ r \cos \phi \\ r \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (39)$$

にある。ただし、簡単のため、 $z = 0$ の成分のみを考えることとする。これを K' 系へローレンツ変換すると

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta & 0 & 0 \\ \sinh \theta & \cosh \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (40)$$

これより、

$$ct' = \gamma(r + \beta r \cos \phi) \quad (41)$$

$$x' = \gamma(\beta r + r \cos \phi) \quad (42)$$

$$y' = y = r \sin \phi \quad (43)$$

以上より (x', y') は、

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \gamma(\beta + \cos \phi) \\ \sin \phi \end{pmatrix}$$

となり、これは、 $(r\gamma\beta, 0)$ を中心とする、長軸 γr 、短軸 r (軸比 γ) の楕円を表す。特に、 K 系で視線に垂直に放射された成分 ($\phi = \pi/2$) は、 K' 系では $\phi' = \arctan(1/\gamma\beta)$ の方向に放射されている。すなわち、相対論的な運動する物体からの放射は、その運動方向に著しくビーミングされる (相対論的ビーミング効果)。

ビーミングの幅 δ は $\gamma \gg 1$ ($\beta \approx 1$) のとき

$$\delta \approx \frac{1}{\gamma\beta} \sim \frac{1}{\gamma} \quad (44)$$

となる。このビーミングの効果により、観測者が受けとる輝度は運動がない状態に比べて $\sim \gamma^2$ 倍に増強される。

さらにドップラー効果により

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \gamma^{-1}(1 - \beta)^{-1} \quad (45)$$

$\gamma \gg 1$ ($\beta \approx 1$) のとき

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} = \frac{1}{1 + \beta} \frac{1}{1 - \beta} \quad (46)$$

より

$$(1 - \beta) \approx \frac{1}{2\gamma^2} \quad (47)$$

これらの式より、

$$\frac{\nu}{\nu_0} \approx 2\gamma \quad (48)$$

単位時間あたりに受け取るエネルギーは 2γ 倍になるので、幾何学的なビーミング効果と合わせて結局 $I_{\text{beam}} \propto \gamma^3$ ($\gamma \gg 1$) となり γ^3 に比例して輝度が明るくなるのがわかる。

5.3 シンクロトロン放射

光速度近くまで加速された電子が磁場中を運動するとき、円運動加速によって電磁波を放射するが、上述の相対論的ビーム効果によって放射は電子の進行方向に集中する。そのため、個々の電子からの放射は、その運動ベクトルが観測者の方向を向いた時のみ、パルス状に観測される。このパルスの時間間隔 Δt はおおよそ、

$$\Delta t \sim \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{2\gamma^3}, \quad (49)$$

である。このような時間間隔の短い時間領域パルスを、周波数領域でスペクトル分解すると、広い周波にわたる連続波放射が含まれている。これは例えば、無限小の時間幅を持つディラックの δ 関数 $\delta(t)$ がフーリエ変換によって

$$\delta(t) = \int 1 \times e^{2\pi i\nu t} d\nu, \quad (50)$$

と書け、すべての周波数成分を等しい重み 1 で含んでいることに対応している（同様に、ものが壊れるとき等に発生するの短時間の衝撃音も、幅広い周波数の音波を含んでおり、このような音の「音程」を測定することは事実上不可能である）。このような短時間パルス放射を多数の電子について重ねあわせることで得られるのが、シンクロトロン放射である。

5.4 シンクロトロン放射の性質

シンクロトロン放射の重要な性質をいくつかまとめておく。

- 磁場 + 光速近くに加速された電子から出される非熱的放射である。
- 熱的放射では有りえない高い輝度温度の放射も可能。そのため、レーザーと並んで、VLBI での超高分解観測が可能。
- 通常スペクトルはベキ関数で表される。すなわち $S(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$ 。これは、高エネルギー電子のエネルギー分布がベキ関数に従うことによっている。
- AGN ジェットや超新星残骸など、高エネルギー現象に関連して観測されることが多い。

6 電波干渉計の基礎

6.1 干渉計の基礎方程式と幾何学的遅延時間

干渉計の最も簡単な例として、2つの電波望遠鏡からなる2素子干渉計を考える。2つの観測局である電波天体を同時にしたとき、電波の伝播速度が

有限 (光速度 c) であるために、同一波面の電波が観測局 1 と 2 に到達する時刻に差が生じる。この到達時間差を遅延時間という。遅延時間は、アンテナや受信機内部での機械的遅延および大気や電離層による伝播遅延がない理想的な状態では、天体の方向ベクトル \vec{s} と基線ベクトル \vec{B} の幾何学的な関係のみから決まり、これを特に幾何学的遅延時間 (τ_g) と呼ぶ。図 1 からわかるように幾何学的遅延時間は、

$$\tau_g = \frac{\vec{s} \cdot \vec{B}}{c}, \quad (51)$$

という簡単な関係式で表される。これが干渉計の基本方程式であり、遅延時間は干渉計の最も基本的な観測量である。

式 (51) において基線ベクトル \vec{B} が既知の場合、任意の星について τ_g を計測してやると、その天体の方向ベクトル \vec{s} を決定することができる。もちろん、方向ベクトル \vec{s} はベクトル量であるので、1 回の τ_g の計測のみから \vec{s} を一意に決定することはできない。しかし、基線ベクトル \vec{B} は地球回転とともに時々刻々変化するので、時間とともに遅延時間 τ_g がどのように変化するかを観測すれば、式 (51) に従って天体位置 \vec{s} を決めることができる。また、同様に、天体位置 \vec{s} が既知の場合は、遅延時間 τ_g の観測から基線ベクトル \vec{B} を求めることができる。このように、天体位置を求める位置天文観測と、基線長を求める測地観測とは、いわば表裏一体の関係にあることがわかる。

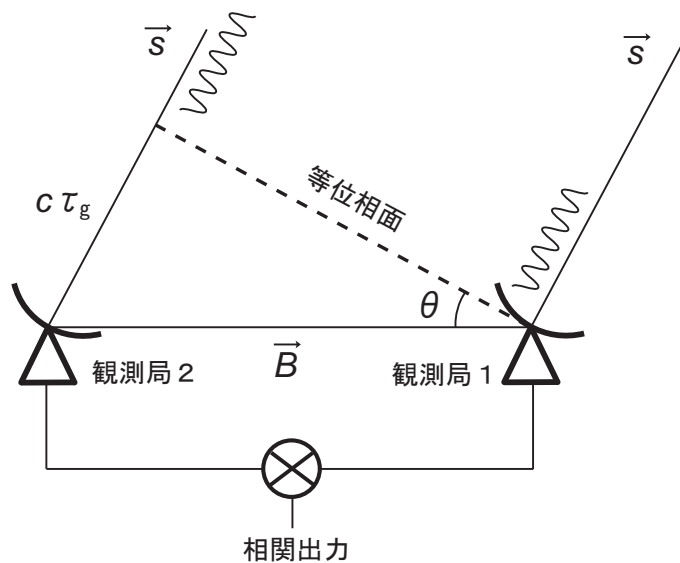


図 1: 2 素子干渉計における基線と幾何学的遅延時間の関係の模式図。

6.2 相互相関関数

干渉計で遅延時間を計測するには、複数の局で受信した信号を局同士で掛け合わせ、相互相関を取る必要がある。この処理をするのが相関器であり、干渉計観測に不可欠な装置である。例として、図1のような2素子干渉計において観測された電波の相互相関を以下で考える。

簡単のため天体は点源であるとし、天体からの電波は周波数 ν_0 の単色平面波とする。この時、観測局1、2で受信される天体電波（電圧）はそれぞれ、

$$V_1(t) = V_0 \cos(2\pi\nu_0 t + \phi), \quad (52)$$

$$V_2(t) = V_0 \cos(2\pi\nu_0(t - \tau_g) + \phi), \quad (53)$$

と書ける。ここで、 τ_g は幾何学的遅延時間である。このとき、相関器で得られる相互相関関数 $R_{12}(\tau)$ は次のように定義される。

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_1(t) V_2(t - \tau) dt \quad (54)$$

相互相関関数は局1での受信電圧と局2での受信電圧を、時間を τ だけずらしながら掛け合わせることを意味している。

電磁気学等においては正弦波的な振動関数を複素数で扱い、必要に応じて実部を取るやり方を導入すると計算上便利ながあり、相互相関関数においても同様である。今、各局で観測される電圧を複素数を用いて

$$V_1(t) = V_0 e^{i(2\pi\nu_0 t + \phi)}, \quad (55)$$

$$V_2(t) = V_0 e^{i(2\pi\nu_0(t - \tau_g) + \phi)}, \quad (56)$$

と表す（式(52), (53)を実部とし、実部と90度位相のずれた虚部を導入ればよい）。複素の電圧を考えた場合、複素相互相関関数は以下のように定義できる。

$$C_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_1(t) V_2^*(t - \tau) dt. \quad (57)$$

式(55), (56), (57)より、

$$C_{12}(\tau) = V_0^2 e^{2\pi i \nu_0 (\tau + \tau_g)}, \quad (58)$$

を得る。これより、相互相関関数 C_{12} のうち、振幅が天体強度の情報を、位相が遅延時間の情報を持っていることがわかる。このように複素数で記述された相互相関を複素相互相関関数と呼び、このような処理を行う相関器を複素相関器という。

6.3 パワースペクトル

相関関数をフーリエ変換したものをパワースペクトルという。パワースペクトルは、どの周波数でどの程度の電力を表すかを表す周波数領域の関数である。フーリエ変換および逆フーリエ変換は以下で定義される。

$$X(\nu) = \int x(t) e^{-2\pi i \nu t} dt, \quad (59)$$

$$x(t) = \int X(\nu) e^{2\pi i \nu t} d\nu, \quad (60)$$

ちなみに、フーリエ変換は物理的に同じ現象を時間領域の関数から周波数領域への関数へ（あるいはその逆へ）変換することを意味しており、相関関数とパワースペクトルも、物理的に同じ現象を時間領域・周波数領域で表した対である（特に、相互相関関数のフーリエ変換の場合、クロスパワースペクトルとも呼ばれる）。

6.3.1 単色波の場合

単色波の場合、複素相関関数 $C_{12}(\tau)$ をフーリエ変換すると。

$$S(\nu) = \int C_{12}(\tau) e^{-2\pi i \nu \tau} d\tau = V_0^2 \delta(\nu - \nu_0) e^{2\pi i \nu_0 \tau_g} \quad (61)$$

である。なお、ここで Dirac のデルタ関数 (Dirac's delta function) のフーリエ積分表示、

$$\delta(\nu) = \int e^{2\pi i \nu t} dt, \quad (62)$$

を用いた。式 (61) は、最初に仮定したとおり周波数 ν_0 の輝線スペクトルになっており、その振幅は電圧の 2 乗なので電力に比例する。従って、相関関数のフーリエ変換が確かにパワースペクトルになっていることがわかる。また、パワースペクトルの位相項は $\phi = 2\pi\nu_0\tau_g$ となっている。

6.3.2 連続波源の場合

上記の議論では周波数 ν_0 の単色波を考えたが、連続波スペクトルの場合、上の式を ν_0 について周波数方向に積分したものである。このときのパワースペクトルは

$$S(\nu) = F_\nu e^{2\pi i \nu \tau_g} \quad (63)$$

と表すことができる。ここで、 F_ν は周波数方向のフラックス分布を表す実関数である。また式 (63) より、パワースペクトルの位相 ϕ は周波数 ν の関数として、 $\phi = 2\pi\nu\tau_g$ となっている。

6.4 遅延追尾

相互相関を得るには式 (54) で時間積分をする間 τ_g が一定でなければならない。しかし、実際の干渉計では（特に基線長の大きい VLBI では）地球回転の効果により τ_g は時々刻々変化する。地球回転の角速度 ω_{\oplus} は

$$\omega_{\oplus} = \frac{2\pi}{86400\text{sec}} = 7.27 \times 10^{-5} \text{radian/sec} \quad (64)$$

であり、基線長は例えば VERA の最長基線の $|\vec{B}| = 2300 \text{ km}$ とすると、基線長の変化率 $\dot{\vec{B}}$ は

$$\dot{\vec{B}} \approx |\vec{B}|\omega_{\oplus} = 167 \text{ m/sec} \quad (65)$$

となる。すなわち 1 秒間に幾何学的遅延時間は 100 m 以上変化する。一方、

$$\dot{\phi} = 2\pi\nu\tau_g = 2\pi\frac{\dot{\vec{B}} \cdot \vec{s}}{\lambda} \quad (66)$$

より、パワースペクトルの位相の変化率を回転数で表した値

$$\frac{\dot{\phi}}{2\pi} = \frac{\dot{\vec{B}} \cdot \vec{s}}{\lambda} \quad (67)$$

は、例えば VERA で 22GHz 帯の観測の場合 $\lambda = 1.3 \text{ cm}$ より、

$$\frac{\dot{\phi}}{2\pi} \approx \frac{|\dot{\vec{B}}|\omega_{\oplus}}{\lambda} = 1.2 \times 10^4 \text{ Hz} \quad (68)$$

となる。すなわち、今考えている例では相関関数を計算するために仮に 1 秒間積分したとすると、その間に τ_g の変化によって位相が 1 万 2000 回も余分に回転する。これでは正しく積分することが不可能であり（例えば、振幅 1 でぐるぐる回ると回転する複素ベクトルをそのまま時間平均すると 0 になる）このため相関関数を得るには位相回転を止めるために幾何学的遅延時間 τ_g を打ち消すような補正項 $-\tau_0$ を加える必要がある。これは、あらかじめ判っている天体の位置を基に幾何学的遅延時間を予想したものであり、この補正を遅延追尾といい、 τ_0 の計算に使われる天体の予想位置を追尾中心という。遅延追尾は、過去には VLA などの結合素子型干渉計では、伝送ケーブルの長さを調節することで行われてきたが、現在では計算機でデジタル的に補正する。遅延追尾を行った場合のパワースペクトルは

$$S(\nu) = F_{\nu} e^{2\pi i\nu(\tau_g - \tau_0)} \quad (69)$$

となる。すなわち、遅延追尾が完璧な場合、 $\tau_g = \tau_0$ より位相項は 0 となる。

6.5 UVW 座標

地球から追尾中心に向かう方向を W 成分とし、それに直交する成分のうち東向きに U 、北向きに V をとるような直交 3 次元座標系を導入し、基線ベ

クトルを

$$\vec{B} = (U, V, W) \quad (70)$$

と表すとする。この座標系では、追尾中心にある天体の方向ベクトルは

$$\vec{s}_0 = (0, 0, 1) \quad (71)$$

である。また、追尾中心からわずかにずれた天体の方向ベクトルについては、赤道座標系上 (α, δ) での位置オフセットを $(\Delta\alpha \cos \delta, \Delta\delta) = (x, y)$ とすると、

$$\vec{s} = (x, y, \sqrt{1 - (x^2 + y^2)}) \quad (72)$$

と書ける。

このとき、追尾中心からずれたところに位置する点源のパワースペクトルの位相項 ϕ は、

$$\tau_g = \frac{\vec{B} \cdot \vec{s}}{c}, \quad \tau_0 = \frac{\vec{B} \cdot \vec{s}_0}{c}$$

の関係より、

$$\phi = 2\pi\nu(\tau_g - \tau_0) \approx 2\pi\nu(Ux + Vy)/c \quad (73)$$

とかける。ここで $x, y \ll 1$ より、 $\sqrt{1 - (x^2 + y^2)} \approx 1$ とした。

さらに、波長 $\lambda = c/\nu$ で規格化した $u \equiv U/\lambda, v \equiv V/\lambda$ を用いると、

$$\phi = 2\pi(ux + vy), \quad (74)$$

と書くことができる。すなわち、位相項を天体位置オフセット量 x, y と UV 座標 u, v で表すことができる。 U, V は、天体から地球上の観測局を見たときに、その視線に垂直な面に地球上の観測局位置を投影したものであり、地球回転とともに時々刻々変化してゆく。 UV 面上を地球回転に伴って基線ベクトルが動くことで生じる軌跡を UV Coverage という。

上で得られた位相を用いてパワースペクトルを改めて書き表すと

$$S_\nu(u, v) = F_\nu e^{2\pi i(ux + vy)} \quad (75)$$

となる。このようにパワースペクトルを (u, v) の関数として表したものを特にビジビリティ (visibility) と呼ぶ。

6.6 像合成

前回までの議論では、天体が点源であることを仮定していたが、以下では天体が点源でなく構造を持っている状況を考える。

まず、天体の構造を点源の重ね合わせで表すとする。フラックスが F_i の点源が位置 (x_i, y_i) にあるとき、観測されるパワースペクトルはそれらの重ね合わせにより、

$$S(\nu) = \sum_i F_i e^{2\pi i(ux_i + vy_i)} \quad (76)$$

とかける。

あるいは、よりスムーズな輝度分布 $I_\nu(x, y)$ を考えると、フラックスと輝度の関係 $F(x, y) = I_\nu(x, y) dx dy$ を式 (76) に用いてパワースペクトルは

$$S(\nu) = \sum_i I_\nu(x_i, y_i) e^{2\pi i(u x_i + v y_i)} dx_i dy_i$$

より、総和を積分と置き換えて

$$S(\nu) = \iint I_\nu(x, y) e^{2\pi i(u x + v y)} dx dy \quad (77)$$

と書ける。すなわち、パワースペクトル/ビジビリティは輝度分布 $I_\nu(x, y)$ の2次元フーリエ変換 ($x \rightarrow u, y \rightarrow v$) になっている。つまり、干渉計観測によって得られるビジビリティを以下のように逆フーリエ変換することで、天体の輝度分布を得ることができるのである。これが干渉計による像合成の基本原理である。すなわち、

$$I_\nu(x, y) = \iint S_\nu(u, v) e^{-2\pi i(u x + v y)} du dv \quad (78)$$

である。

以下に、相互相関関数、パワースペクトル/ビジビリティ、輝度分布の、フーリエ変換を通じた関係をまとめる。

$$C(\tau) \leftrightarrow S(\nu) = S_\nu(u, v) \leftrightarrow I_\nu(x, y)$$

$$(\tau \leftrightarrow \nu, (u, v) \leftrightarrow (x, y))$$

6.7 ビームパターン

仮に強度1の点源があったとして、それを干渉計で観測した場合どのように見えるかを考える。この場合、輝度分布は

$$I_\nu(x, y) = \delta(x)\delta(y) \quad (79)$$

で与えられる。これを2次元フーリエ変換すると、

$$S_\nu(u, v) = \iint I_\nu(x, y) e^{2\pi i(u x + v y)} dx dy = 1. \quad (80)$$

すなわち、強度1の点源を観測した場合のビジビリティはどの (u, v) 点でも振幅1、位相項0である。つまり、点源の場合、干渉計の基線長によらずまったく同じパワーで観測される。

ところで、我々が観測でまず得る量は $S_\nu(u, v)$ であり、2次元フーリエ変換を用いてこれを $I_\nu(x, y)$ に直して画像を得、それを天文学研究に利用する。ここで、フーリエ変換でビジビリティを輝度に変換する式

$$I_\nu(x, y) = \iint S_\nu(u, v) e^{-2\pi i(u x + v y)} du dv \quad (81)$$

は、暗黙のうちに積分区間を $-\infty < u < \infty$, $-\infty < v < \infty$ と仮定している。一方、実際の干渉計は有限の基線長を持つから、実際の干渉計観測でサンプルされる (u, v) 領域は有限であり、積分区間を有限にとることは現実には不可能である。

有限の (u, v) 領域が及ぼす観測への影響を見るために、以下で次元の問題を考える。天体は1次元の点源であるとして、輝度は x 成分、ビジビリティは u 成分のみを考え、 $-u_0 < u < u_0$ の有限区間を一様にサンプルした状況を考える。ここで $u_0 \equiv U_0/\lambda$ であり、 U_0 は最大基線長である。このとき、観測されるビジビリティは

$$S_\nu(u) = 1 \quad (-u_0 < u < u_0), \quad (82)$$

である。これを逆フーリエ変換して天体の輝度分布を求めると、

$$\begin{aligned} I_{\text{obs}}(x) &= \int_{-u_0}^{u_0} S_\nu(u) e^{-2\pi i u x} du \\ &= \frac{1}{-2\pi i x} e^{-2\pi i u x} \Big|_{-u_0}^{u_0} \\ &= \frac{\sin(2\pi u_0 x)}{\pi x}. \end{aligned} \quad (83)$$

これは sinc 関数 ($\text{sinc } x = \sin x/x$) の形をしている。 $x = 0$ の近傍で $I_{\text{obs}}(x) = 0$ となる最初の点は $x = 1/2u_0$ であり、点源を観測したときの広がり x_{beam} はこれを2倍して、

$$x_{\text{beam}} = \frac{1}{u_0} = \frac{\lambda}{U_0}, \quad (84)$$

となる。ここで λ は観測波長であり U_0 は U の最大値である。すなわち、干渉計で点源を観測するとその広がり λ/U_0 として観測される。これが干渉計のビームサイズ(分解能)である。なお、この式は単一鏡の分解能を表す式 $\theta_{\text{beam}} = \lambda/D$ に相当し、単一鏡の口径 D を最大基線長 U_0 で置き換えたものになっている。また、sinc 関数をプロットすればわかるように、 x が大きいところでも小さな山と谷が繰り返し存在し、これをサイドローブという。サイドローブがメインビームに対して大きいと、観測されたイメージから真のイメージを推定するのが難しくなる。サイドローブをできるだけ小さくするには UV カバレッジをできるだけ良くする他、観測された UV 点に重みをかけて、動的にビームを制御することもある。このように UV に対する重みをかける操作をテーパーという。例えば、テーパー関数としてガウス分布を考えると、ガウス分布のフーリエ変換はガウス分布になるので、サイドローブレベルをかなり押さえることができる。しかし、ガウス分布の重みをかけることを長基線のデータの重みが小さくなり、結果としてイメージの空間分解能は劣化する。

6.8 ミッシングフラックス

干渉計では、単一鏡に比べて高い分解能が達成されるのと引き換えに、広がった構造に対する感度が低下するという問題が発生する。これを干渉計によるミッシングフラックスと呼び、干渉計データの解釈に当たっては必ず気をつけなければならない重要な問題である。

極端な例として、一様輝度 I_0 で無限に広がった天体を考えると、

$$I_\nu(x, y) = I_0, \quad (85)$$

より、ビジビリティは

$$S_\nu(u, v) = \iint I_\nu(x, y) e^{2\pi i(ux+vy)} dx dy = I_0 \delta(u) \delta(v). \quad (86)$$

すなわち、観測されるビジビリティは原点 $(u, v) = (0, 0)$ 以外ではすべて 0 となる。これは、この天体を干渉計で観測しても、天体がまったく無いブラックスカイを観測した場合と同じように見えることを意味する。つまり、一様輝度で無限に広がる構造は、単一鏡 $(u, v) = (0, 0)$ に相当) 以外では観測できない。これは、一様輝度の天体の場合、各場所からの電波が場所ごとに異なる遅延時間 τ_g を持っているために、可干渉性を持った積分ができないことに起因している。有限の大きさをもった天体の場合でも、天体の大きさがビームサイズよりも大きくなると、干渉計で検出されるフラックスは真のフラックスに対して著しく減少する。このようなミッシングフラックスをなるべく小さくするには、1) 短い基線を加えて UV カバレッジを良くすることに加え、2) 単一鏡で全フラックスを測定することも必要である。ALMA 計画ではこの目的のために、日本が ACA (Atacama Compact Array) を分担している。ACA は 7m 鏡 12 台の干渉計で短い基線をサンプルするとともに、単一鏡専用の 12m 鏡 4 台でミッシングフラックスのないトータルフラックスを測定する。

6.9 干渉計による天体位置計測

すでに述べたように、干渉計の重要な観測量として幾何学的遅延時間 τ_g がある。

$$\tau_g = \frac{\vec{B} \cdot \vec{s}}{c}. \quad (87)$$

ここで、基線ベクトル \vec{B} が既知であれば、幾何学的遅延時間の観測 (厳密には 2 つ以上の独立な計測が必要) から、天体の位置ベクトル \vec{s} を得ることができる。これが干渉計による位置計測の原理である。

具体的には、遅延追尾後のパワースペクトルが

$$S(\nu) = F_\nu e^{2\pi i(ux+vy)} \quad (88)$$

であり、位相項については

$$\phi = 2\pi\nu(\tau_g - \tau_0) = 2\pi(ux + vy) \quad (89)$$

の関係がある。この式は式 (87) を追尾中心に対する残差として具体的に書き下したものになる。従って、パワースペクトルの位相項から、追尾中心に対する残差位置 (x, y) を求めることができるのである。

位相計測誤差と天体位置誤差の関係を得るために、上の式を一次元化して簡単化すると

$$\Delta\phi = 2\pi u_0 \Delta x \quad (90)$$

とかける。ここで u_0 は最大基線長に相当する空間周波数であり、 $u_0 = B/\lambda$ である。これを变形すると、

$$\Delta x = \frac{\Delta\phi}{2\pi u_0} = \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi}\right) \theta_{\text{beam}}. \quad (91)$$

ここで、望遠鏡のビームサイズが $\theta_{\text{beam}} \approx 1/u_0$ という関係式で与えられることを用いている。この式からわかるように天球面上でビームサイズ1個分の位置ずれは位相 2π (360度) に相当している。

一方、熱雑音誤差を考えた場合、位相の決定精度は信号対雑音比 S/N を用いて

$$\Delta\phi = \frac{1}{S/N} \text{ rad} \quad (92)$$

と書ける。VERA の場合、最大基線長 $B \approx 2300$ km であり、 $\nu = 22$ GHz の場合、ビームサイズは 1.2 mas 程度であるから、 $S/N \approx 20$ の場合の位置誤差は

$$\Delta x = \left(\frac{1}{2\pi \times 20}\right) \theta_{\text{beam}} \approx 10 \mu\text{as} \quad (93)$$

となり、理論上はビームサイズの 100 分の 1 程度でも十分計測できることになる。

6.10 位相補償観測

上記のような高い位置計測精度を達成する上で、最大の困難となるのが大気存在である。大気中の光速は真空中の光速 c よりも小さくなるので、その効果により付加遅延が発生し、その変動によりビジビリティの位相も影響を受ける。大気による遅延は、乾燥大気成分と湿潤大気成分（水蒸気）の遅延に大別され、以下のような特徴を持っている。

- 乾燥大気成分：1 気圧、水蒸気圧 0 状態で、光路長換算で約 2.3m 相当の遅延。ほぼ固定値である。
- 水蒸気成分：水蒸気分圧に大きく依存し、典型的には 0 から 30 cm 程度。激しく時間変動し、地表付近では数分間に数 cm 程度変動する。

上記のうち、特に水蒸気成分は激しく時間変動するので、位置天文観測を行なう上で致命的な誤差要因となる。

水蒸気ゆらぎは数 cm のスケールを持つので、普通の地上観測では位置精度 $10 \mu\text{as}$ を達成するために必要な遅延精度 (光路長換算では $\lambda \times \theta_{\text{beam}} / 10 \mu\text{as} \sim 0.1 \text{ mm}$) を達成することはできない。この問題を回避するために考案された方法が近傍の 2 つの天体をほぼ同時に観測することで大気の揺らぎを打ち消す位相補償である。

いま、2 つの天体を同時に観測し、それぞれの天体について遅延時間を計測したとする (天体 1 を目標天体、天体 2 を基準天体とする)。このとき、それぞれの天体の観測には大気による付加遅延項が加わるので

$$\tau_{\text{obs},1} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{s}_1}{c} + \tau_{\text{atm}}(t) \quad (94)$$

$$\tau_{\text{obs},2} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{s}_2}{c} + \tau'_{\text{atm}}(t) \quad (95)$$

となる。このとき、2 つの天体が天球面上で十分近ければ (例えば数度以内)、大気の揺らぎはほぼ共通化される (すなわち $\tau_{\text{atm}}(t) \sim \tau'_{\text{atm}}(t)$)。よって、2 つの式の差分を取ると、

$$\Delta\tau_{21} \equiv \tau_{\text{obs},2} - \tau_{\text{obs},1} = \frac{\vec{B} \cdot (\vec{s}_2 - \vec{s}_1)}{c} \quad (96)$$

すなわち、観測量 $\Delta\tau_{21}$ から、大気の揺らぎに影響されずに天体の相対位置 ($\vec{s}_2 - \vec{s}_1$) を計測することができる。

これを実現するには、2 つの天体を同時に観測できるシステムが必要であり、VERA はこの目的のために世界で初めて 2 ビーム同時受信観測層装置を搭載している。一方、2 ビームを持たない通常の電波望遠鏡の場合は、2 天体を短いサイクルで交互に観測するスイッチング法という方法で代用する。スイッチングの場合、大気の揺らぎが変動する時間スケール (数分) よりも短い間に 2 天体間を切り替える必要がある。この場合、基準天体を観測するや、アンテナの駆動時間を考えると、目標天体に望遠鏡が向いている時間は全観測時間の 25% 程度となり、観測効率が悪くなるという問題がある。

7 VLBI で観測する天体

VLBI の特徴である高分解を生かした研究をするには、他の波長の望遠鏡では分解できないが、VLBI では分解することができるスケールの天体を観測するのが効果的である。一方、すでに述べたように、VLBI は感度に難点があるので、上記のような適当なスケールを持つものの中で、高輝度放射を持つものが観測対象となる。VLBI の典型的な分解能として $\theta = 0.1 \sim 1 \text{ mas}$ を考えると、この分解能に対応する実スケールは距離 D の関数として

$$L = \left(\frac{\theta}{1 \text{ mas}} \right) \left(\frac{D}{1 \text{ kpc}} \right) \text{ AU}, \quad (97)$$

という関係式で表すことができる。すなわち銀河系内近傍の kpc スケールであれば 1 AU 程度の構造を分解することができる。巨星の星周ガスや星形成領域の原始星円盤 / アウトフローはこれよりも大きいスケールであるから VLBI で分解することができる。また、天体の年周視差は 1 AU に相当する角度であるから、kpc スケールの年周視差も VLBI で狙うのに適したスケールである。一方、系外銀河のスケールでは、 $D \sim 10$ Mpc とすると、 L はサブパーセクスケールになり、AGN ジェットなどをこのスケールで分解することも VLBI の重要な応用例となる。また、VLBI の高分解能観測の究極のゴールとして、ブラックホールの事象の地平線を分解し、文字通り「黒い穴」を分解して見るというものがある。銀河系中心のブラックホール Sgr A* は太陽の 400 万倍の質量を持つ巨大ブラックホールであり、全天でもっとも見かけの大きさが大きいブラックホールである。Sgr A* の重力半径は $10 \mu\text{as}$ 程度と期待されるので、今後の VLBI 観測技術の進展 (サブミリ波) によって実現可能なレベルにある。

参考文献

- Thompson, Moran & Swenson, “Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy”
Rybicki & Lightman, “Radiative Process in Astrophysics”
Rogfs & Wilson “Tools of Radio Astronomy”