

# 宇宙科学II (電波天文学) 第7回

星の一生(続)

前回の復習

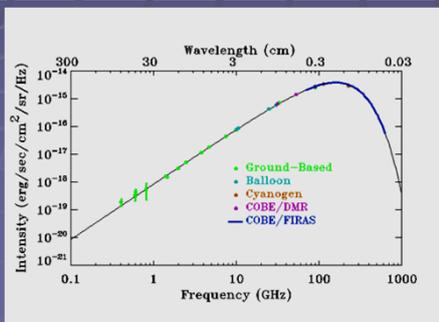
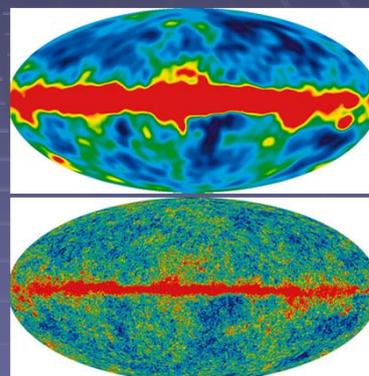
# ビッグバン宇宙論の三大証拠

- 宇宙膨張(ハッブルの法則, 1929年)  
遠い銀河ほど大きな後退速度を持つ
- 元素合成(1948年)  
宇宙における元素組成(水素~75%, ヘリウム~25%)  
は宇宙初期の高温状態から説明可能
- 宇宙背景放射(1965年)  
宇宙が昔高温、高密度であったことの痕跡

# 宇宙背景放射

- 宇宙は3Kの黒体放射で満たされている=宇宙背景放射
- ビッグバン宇宙に対する最も重要な観測的証拠のひとつ  
(宇宙が過去に高温高密度であったことの証拠)

COBE(上)とWMAP(下)が  
電波でみた宇宙(中央は銀河面)



宇宙背景放射のスペクトル

## 宇宙論パラメーター

- 宇宙の振る舞いはいくつかのパラメーターで書ける。

ハッブル定数  $H_0 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)_{t=t_0}$

臨界密度と密度パラメーター  $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad \Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_c},$

宇宙項パラメーター  $\lambda_0 = \left(\frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}\right)$   $\rho_0$ は現在の密度

曲率パラメーター  $k_0 = \left(\frac{K c^2}{H_0^2}\right)$

ハッブル定数は時間の逆数の次元、臨界密度は質量密度の次元、他の3つは無次元

## フリードマン方程式

- 宇宙の密度分布を通常物質(非相対論的物質)および相対論的物質の和とすると、無次元化したスケール因子の方程式は

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{\Omega_{N0}}{a} + \frac{\Omega_{R0}}{a^2} + \lambda_0 a^2 - k_0,$$

ただし  $\Omega_{N0}$  は通常物質の密度パラメーター ( $\rho_c$  との比)

$\Omega_{R0}$  は相対論的物質の密度パラメーター

(非相対論的物質のみの場合、 $\Omega_0 = \Omega_{N0}, \Omega_{R0} = 0$ )

$\lambda_0$  : 宇宙項パラメーター

$k_0$  : 曲率パラメーター

## 星には一生がある

- 星は人間と同じように生まれて死ぬ

星間ガスが重力収縮して星が誕生



核融合反応で恒星として輝く(主系列)

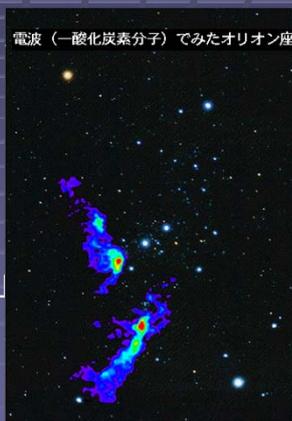


核融合の燃料が無くなると燃え尽きる

主系列星は可視光で最も明るく、電波天文学の対象として取り上げられることは少ない。しかし、星の誕生と死は電波天文学でも重要な観測対象

## 星の誕生

- 星は星間ガスの重力収縮から生まれる。
- そのためには、ある程度密度が高く、温度が低い領域が必要:「星間分子雲」
- 誕生した星は周囲のガスを熱して電離する:「電離領域」
- 星が誕生している領域を「星形成領域」という。(通常、分子雲+電離領域)

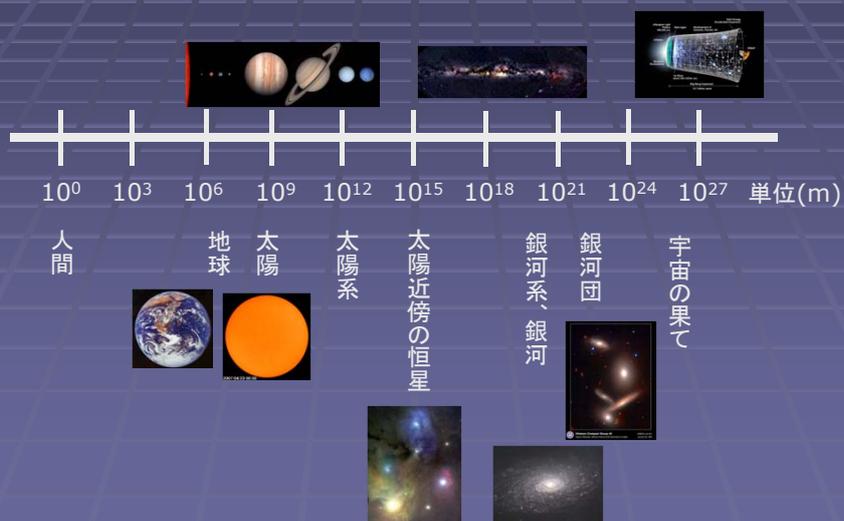


星形成領域の代表例、オリオン星雲  
(生まれたての若い星とその母体のガスからなる)

# 主系列星

## 宇宙の階層構造

- ログスケールで表示した宇宙の大きさ



## 主系列星

- 太陽のような普通の恒星を主系列星という
- 中心部で水素の核融合が起きて輝く
- 質量は太陽の~0.1倍から~100倍  
(それより軽い星は核融合を起こさない)
- 星の色(温度)と等級に良い相関がある  
(色一等級関係)

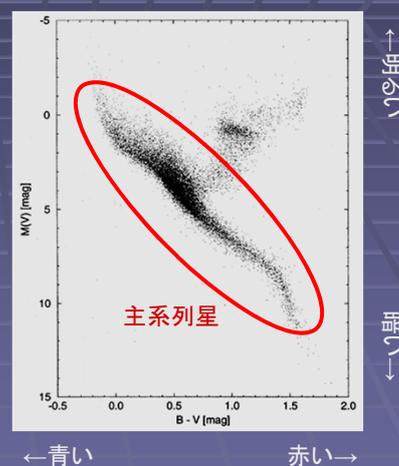


恒星の例  
(オリオン座)

## 色等級図(HR図)

- 星の色と明るさ(等級)の  
関係を表す。
- Hertzsprung-Russell図  
(HR図)とも呼ばれる。
- この図上で、太陽のような  
星は1本の主系列にのる

主系列: 明るい星ほど青い  
(明るい星ほど温度が高い)

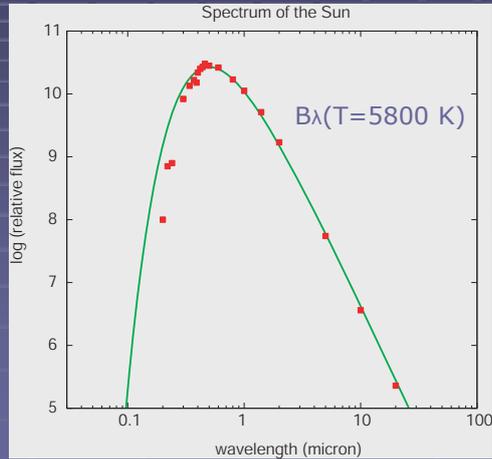


# 太陽: 恒星の代表格

- 太陽: 極めて普通の恒星
- 太陽の光球  
温度~5800度の黒体に近い
- $\lambda_{max} = 0.5 \mu\text{m}$   
→ 可視光線



SOHOが見た太陽



太陽のスペクトル

# 地球の温度

- 太陽の光度  $L_{\text{sun}} = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4$
- 地球が単位時間に受け取るエネルギー  

$$P_{e\_in} = L_{\text{sun}} \times (\pi R_e^2) / (4 \pi a^2) \times (1-A)$$
 (a: 位置天文単位、A: 反射率)
- 地球が単位時間に放出するエネルギー  

$$P_{e\_out} = 4\pi R_e^2 \sigma T_e^4 \times (1-f)$$
 (f: 温室効果を表す係数)



T=5800 K



T~300 K

## 太陽と地球の温度 II

- 地球における入力と出力のつり合いから、

$$T_e = \left( \frac{1 - A}{1 - f} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{R_\odot}{2a}} T_\odot,$$

$$a = 1.5 \times 10^8 \text{ km}, R_{\text{sun}} = 7 \times 10^5 \text{ km}$$

$$T_{\text{sun}} = 5800 \text{ K}$$

- A=f=0の時  $T_e = 279 \text{ K} (6 \text{ }^\circ\text{C})$
- A=0.3, f=0の時  $T_e = 255 \text{ K} (-18 \text{ }^\circ\text{C})$

黒体近似でも地球の温度をだいたい説明できる。

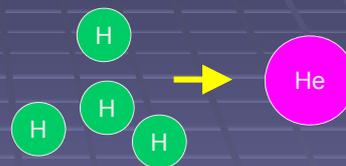
実際の地球はA=0.3なので、f(温室効果)がないと地球は凍る

→ 温室効果ガスは必要。が、増えすぎてもバランスがくずれる

## 恒星のエネルギー源

- 太陽のような恒星は核融合を起こして輝く

- 主系列での核融合反応  
 $4 \text{ H} \rightarrow \text{He}$  等



- 核融合を起こす燃料がなくなると星は燃え尽きて死を迎える
- したがって恒星中の水素が燃え尽きる時間が寿命

## 特殊相対論

- 以下の話の準備として、特殊相対論に関する話を少しだけ(エネルギー関連)
- 質量 $m$ , 速度 $v$ の物体の運動量、エネルギーは

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

- 古典的な極限( $v \ll c$ )では

$$\vec{p} \approx m\vec{v},$$

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

となり、運動量はニュートン力学に一致。

エネルギーは第2項がニュートン力学の運動エネルギーに一致

## 特殊相対論 II

- 前頁のエネルギーの第1項は質量で決まるエネルギー。速度 $v=0$ とすれば

$$E = mc^2$$

という、質量とエネルギーが等価であるという有名な関係式が得られる。

- 一般の場合には、

$$E^2 - c^2p^2 = \left( \frac{m^2c^4 - m^2v^2c^2}{1 - v^2/c^2} \right) = m^2c^4 \text{ より、}$$

$$E^2 = (mc^2)^2 + c^2p^2 \text{ となる。}$$

特に、光子( $m=0$ )や相対論的物質( $mc^2 \ll cp$ )の場合、

$$E = cp$$

となる(黒体輻射の圧力の計算でもこれを用いた)

## 核融合のエネルギー

- 質量とエネルギーは等価 :  $E = mc^2$
- 核融合で開放されるエネルギーは反応前後の質量差( $\Delta m$ )による ( $\Delta E = \Delta m c^2$ )

水素 $^1\text{H}$ の質量	1.0078 u
ヘリウム $^4\text{He}$ の質量	4.0026 u
ヘリウム1個と水素4個の差	$\Delta m = 0.0286 \text{ u}$
( $\Delta m / 4\text{u} \sim 0.7\%$ , 静止質量の0.7%を解放)	

u はおよそ陽子1個の質量( $m_{\text{H}} = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ )に相当  
ヘリウム1個が生成されて解放されるエネルギー  
 $\Delta E = \Delta m c^2 = 4.3 \times 10^{-12} \text{ J}$

## 太陽の寿命

- 太陽の光度  $L_{\text{sun}} = 3.8 \times 10^{26} \text{ W}$
- 太陽質量  $M_{\text{sun}} = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$
- すべてが水素だとして核融合で取り出せるエネルギー総量  
 $E = 0.007 M_{\text{sun}} c^2 = 1.3 \times 10^{45} \text{ J}$
- すべての水素が燃えた場合の寿命  
 $t = E / L_{\text{sun}} = 1000 \text{ 億年}$
- 実際には中心部の10%程度が燃焼可能なので、太陽の寿命は約100億年となる。

# 原子核の話 I

- 原子は、原子核と電子からなる
- 原子核は、陽子と中性子からなる
- 原子核質量  $A = Z(\text{陽子数}) + N(\text{中性子数})$
- 原子番号 = 陽子数 ( $Z$ ) = 原子核の電荷

原子核 電子



1 H 1.0079																	18 He 4.0026												
3 Li 6.941	4 Be 9.0122											13 Al 26.982	14 Si 28.086	15 P 30.974	16 S 32.065	17 Cl 35.453	18 Ar 39.948												
11 Na 22.990	12 Mg 24.305											19 K 39.098	20 Ca 40.078	21 Sc 44.956	22 Ti 47.867	23 V 50.942	24 Cr 51.996	25 Mn 54.938	26 Fe 55.845	27 Co 58.933	28 Ni 58.693	29 Cu 63.546	30 Zn 65.409	31 Ga 69.723	32 Ge 72.64	33 As 74.922	34 Se 78.96	35 Br 79.904	36 Kr 83.798
37 Rb 85.468	38 Sr 87.62	39 Y 88.906	40 Zr 91.224	41 Nb 92.906	42 Mo 95.94	43 Tc (98)	44 Ru 101.07	45 Rh 102.91	46 Pd 106.42	47 Ag 107.87	48 Cd 112.41	49 In 114.82	50 Sn 118.71	51 Sb 121.76	52 Te 127.60	53 I 126.90	54 Xe 131.29												
55 Cs 132.91	56 Ba 137.33	57-71 #	72 Hf 178.49	73 Ta 180.95	74 W 183.84	75 Re 186.21	76 Os 190.23	77 Ir 192.22	78 Pt 195.08	79 Au 196.97	80 Hg 200.59	81 Tl 204.38	82 Pb 207.2	83 Bi 208.98	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)												
87 Fr (223)	88 Ra (226)	89-103 #	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (266)	107 Bh (264)	108 Hs (277)	109 Mt (268)	110 Ds (281)	111 Rg (272)	112 Uub (285)	113 Uut (284)	114 Uuq (289)	115 Uup (288)	116 Uuh (291)	118 Uuo (294)													
* Lanthanide series			57 La 138.91	58 Ce 140.12	59 Pr 140.91	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.36	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.93	66 Dy 162.50	67 Ho 164.93	68 Er 167.26	69 Tm 168.93	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97												
# Actinide series			89 Ac (227)	90 Th 232.04	91 Pa 231.04	92 U 238.03	93 Np (237)	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (252)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)	103 Lr (262)												

# 原子核の話 II

- 原子核は強い力(短距離力)で結合  
10<sup>-15</sup>mレベルでクーロン力よりも大きくなる
- 原子核には(Z,N)の値によって、安定なもの不安定なものが存在。半減期はその核種が半分になるのにかかる時間(1/eになる時間を寿命ともいう)
- 単独の中性子は不安定で、約15分で陽子に崩壊(弱い力)。質量差はわずか。



# 核図表

- (中性子数N,陽子数Z)の平面上に核種を配置した表
- およそN~Zが安定な原子核 (Z>>1では N > Zで安定)

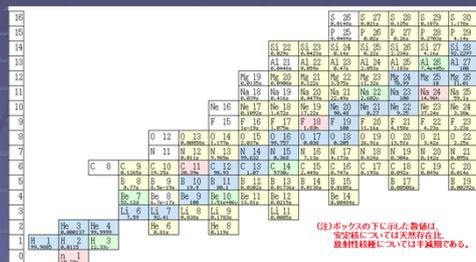


図3 核図表のZ<17, N<14の部分  
 [出典]JAERI Nuclear Data Center:WWM Chart of the Nuclides 2003. <http://wwwnds.tokai.jaeri.go.jp/CND0/index.html>

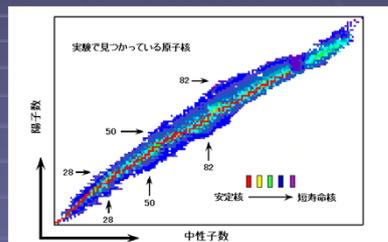


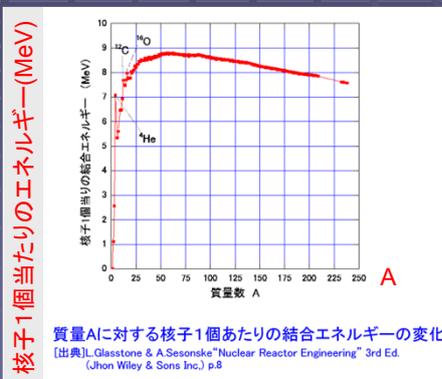
図2 核図表  
 [出典]T. Nakagawa et al. (編) "Curves and Tables of Neutron Cross Sections in JENDL-3.3, JAERI-Data/Code 2002-020 (2002)

核図表の例 (横軸は中性子数N、縦軸は陽子数Z)

# 原子核の結合エネルギー

- 安定核種の中でも最も安定な原子核はFe (A=56)
- これより小さい原子核に陽子や中性子を加えエネルギーを得るのが核融合
- これより大きな原子核を壊してエネルギーを得るのが核分裂

核子1個あたりのエネルギー



質量Aに対する核子1個あたりの結合エネルギーの変化  
 [出典]L.Glasstone & A.Sesonske "Nuclear Reactor Engineering" 3rd Ed. (John Wiley & Sons Inc.) p.8

1eV =  $1.3 \times 10^{-19}$  J, 電子に1Vの電圧をかけて得られるエネルギー

## 核融合が起きる条件

電荷 $Z$ , 大きさ $a$ の原子核同士を速度 $v$ でぶつけて融合させる(量子力学的なトンネル効果を使う)

- 超えるべきクーロン障壁

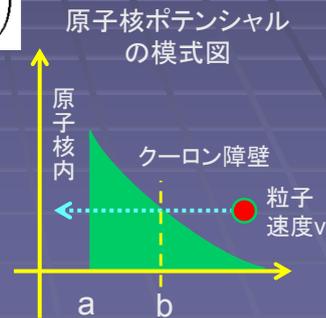
$$\Delta E = U(a) - U(b) = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

- 障壁の通過時間

$$\Delta t = \frac{b - a}{v}$$

- 不確定性関係より、

$$\hbar \sim \Delta E \Delta t,$$



## 核融合が起きる条件(続)

- 以上より、衝突速度 $v$ は

$$v \sim \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \frac{(b - a)^2}{ab} \equiv V_0 Z^2 \frac{(b - a)^2}{ab}$$

ただし、 $V_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar}$

$V_0$ は水素( $Z=1$ )の核融合における速度の目安を与え、その値は $V_0 \sim 2000$  km/sである。

- 2つ水素が同じ速度で正面衝突するとすれば、必要な速度は $v=1000$  km/sとなり、対応する温度は  $T = \frac{mv^2}{2k}$  より、 $T \sim 1$ 億 Kとなる。

すなわち、水素の核融合でも1億度程度が必要である(重くて電荷の大きな核種ではさらに高い温度が必要)

## 星の温度

- 恒星の質量M、半径Rの星の中心温度(オーダー評価)

- 星の重力エネルギー  $E_{\text{grav}} = \frac{GM^2}{R}$

- ガスの運動エネルギー  $E_{\text{gas}} = Mc_s^2$   
ただし、 $mc_s^2 = kT$

- 両者が釣り合っているとすると、 $\frac{GM^2}{R} \sim Mc_s^2$  より

$$T \sim \left(\frac{Gm}{k}\right) \left(\frac{M}{R}\right) \quad \text{という関係式を得る}$$

- 太陽の場合、 $M \sim 1M_{\text{sun}}$ ,  $R \sim 1R_{\text{sun}}$  から  $T \sim 2 \times 10^7 \text{ K}$   
これはほぼ太陽の中心温度( $1.5 \times 10^7 \text{ K}$ )に相当する

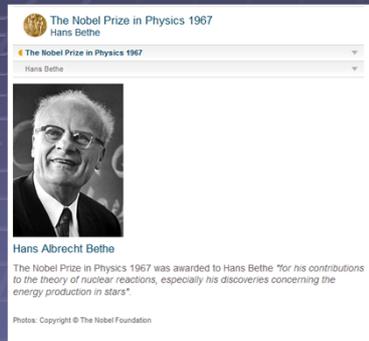
## 星の核融合と進化

- 質量に応じて、最大でFeまで燃焼が進む。

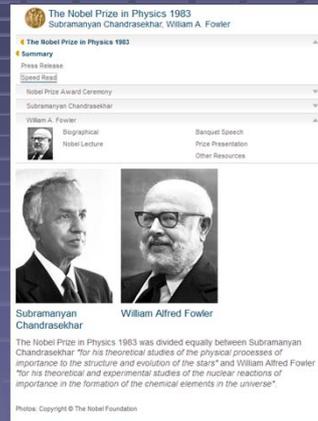


- 軽い星では温度が十分あがらないので燃焼が途中で止まる。→ 縮退圧で支える白色矮星へ
- 重い星(太陽の10倍以上)では鉄の生成まで進む  
その後鉄より安定な核がないために核反応によるエネルギー生成で星を支えることができなくなる  
→ 超新星爆発へ

# 恒星分野のノーベル賞



1967年 ベーテ(1906-2005)  
星のエネルギー源(核融合)の解明



1983年  
チャンドラセカール(1910-1995)  
星の構造と進化の理論  
ファウラー(1911-1995) 星の元素合成

# エネルギーの話

## エネルギー論

- 化学エネルギー(石油 etc.)  
最も安価だが CO2排出、枯渇の可能性有。
- 核エネルギー  
高効率。高い技術が必要。
  - ・核融合 クリーンだが要超高温。未実用。
  - ・核分裂 実用中だが放射能汚染問題。
- 太陽エネルギー(太陽光発電 etc)  
クリーン だが高コスト。  
未来のエネルギーは何か？

## エネルギー生成効率

エネルギーを取り出せる割合(静止質量比)

- 核融合  
 $\epsilon_{pp} \sim 0.7\%$
- 核分裂  
ウラン(A=235)をA~100程度の核2個に分裂する場合、核子あたりのエネルギーから  
 $\epsilon_{uran} \sim 1 \text{ MeV} / m_H \sim 0.1\% (m_H=937 \text{ MeV})$
- 化学エネルギー  
 $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 890 \text{ kJ/mol}$   
 $\epsilon_{chem} \sim 6 \times 10^{-8}\% (<< \epsilon_{pp}, \epsilon_{uran})$

核エネルギーの効率は化学エネルギーに比べ桁違いに大きい！

## ブラックホール発電所!?

- 宇宙で最もエネルギー生成効率が高いのは、実はブラックホールへの質量降着
- BHに物質を落として重力エネルギーを解放すると  
 $\epsilon_{\text{BH}} \sim 10 \text{ -- } 40 \%$  (核エネルギーの10倍以上)
- 落とす物質は何でもよい! (ゴミ、放射性物質 etc.)  
一石二鳥である。
- しかし、BHは危ない(飲み込まれる...)  
いまのところは、SFの世界の存在か

## 核融合と核分裂

- 核融合  
水素 → ヘリウム → 炭素 ...  
長所: クリーン  
短所: 超高温が必要(1億度)
- 核分裂  
重元素 → 質量数の小さい別元素  
長所: 簡単(自然分裂、または中性子を当てる)  
短所: 放射性物質が発生

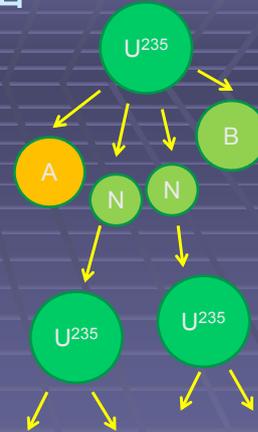
## 核分裂が簡単な理由

- $^{235}\text{U}$ の例

半減期7億年で自然に崩壊

その際数個の中性子を放出

その中性子を別の $^{235}\text{U}$ が吸収して連鎖反応(臨界)



- 必要なのは $^{235}\text{U}$ を高濃度にした「濃縮ウラン」
- 濃縮ウランが一定量あれば、簡単に臨界に  
(例: 1999年の東海村JCO事故)

## 原子炉と原子爆弾

臨界: 核分裂で出る中粒子が他の原子核の分裂を誘発して、連鎖的に反応が続く状態

原子炉は臨界ぎりぎりでの制御が必要、爆弾は不要  
核燃料を高密度状態にするだけ

- 広島 ウラン型
- 長崎 プルトニウム型



爆薬で核燃料を高密度に  
押し込めば自然に爆発

## エネルギー収支

- 日本の年間消費エネルギー（電気、石油、他）  
 $E \sim 2 \times 10^{19} \text{ J}$
  - 世界の人口（70億人）が日本レベルでエネルギーを消費すると  
 $E \sim 1.2 \times 10^{21} \text{ J}$
  - 地球が太陽から受け取るエネルギー（年間）  
 $E \sim 5 \times 10^{24} \text{ J}$
- 太陽エネルギーは人類の活動を支えるのに十分

## 太陽光発電の問題点

- 建設コスト
  - 原発  $\sim 25 \text{ 万円/kW}$
  - 太陽電池  $\sim 50 \text{ 万円/kW}$ （原発の倍）
- 土地  
太陽光を集めるために広大な面積が必要
- 電池  
昼に発電して充電し、夜に回す必要

## 太陽電池の面積

- 地球表面での太陽フラックス

$$F = L_{\text{sun}} / (4 \pi a^2) = 1.4 \text{ kW/m}^2$$

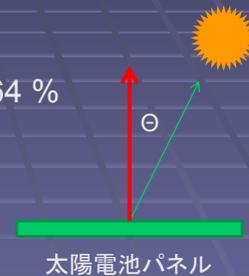
- 太陽電池の変換効率            ~20 %
- 昼の長さ                            ~50 %
- 平均入射効率                     $2 / \pi \sim 64 \%$
- 晴天率                                ~50 %

- 一般家庭1世帯あたり必要な面積

$$P = 100 \text{ V} \times 30 \text{ A} = 3 \text{ kW}$$

$$S = 3 / F / (0.2 \times 0.5 \times 0.64 \times 0.5) = 70 \text{ m}^2$$

(→ 8.3m x 8.3m, 家の屋根レベル)



## 太陽電池の面積II

- 原発1基分(100万kW)の太陽光発電に必要な土地

$$S = 100 \text{ 万} / F / (0.2 \times 0.5 \times 0.64 \times 0.5) = 23 \text{ km}^2$$

- 日本の原発全部(55台分)を置き換えるには  
1300 km<sup>2</sup>  
(山手線内面積~63km<sup>2</sup>の約20倍!!)

- 土地代はどうする？

1平米あたり1万円なら13兆円