

天体測定学 II 2008-9

1 磁場中の粒子の運動

磁場中を運動する荷電粒子は、磁場に沿ってらせん運動をすることが知られる。実際、磁場に垂直な成分についての運動方程式を書くと（電場はないとする）

$$m \frac{dv_{\perp}}{dt} = q \times v_{\perp} \times \vec{B}, \quad (1)$$

と書ける。ここで m は荷電粒子の質量、 v_{\perp} は磁場に垂直な運動速度ベクトル、 q は荷電粒子の電荷、 \vec{B} は磁場を表す。加速度ベクトル dv_{\perp}/dt は速度ベクトル v_{\perp} に垂直であり、磁場に垂直な成分の運動は円運動になる。この円運動の速度および加速度は、円運動半径 r および円運動角速度 ω を用いて、

$$v_{\perp} = r\omega \quad (2)$$

$$\frac{dv_{\perp}}{dt} = r\omega^2 \quad (3)$$

と書けるから、上記の運動方程式より、

$$mr\omega^2 = qr\omega B, \quad (4)$$

よって、

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (5)$$

を得る。この ω はジャイロ周波数と呼ばれ、具体的な値は以下で与えられる。

$$\omega = 17.6 \text{ (MHz)} \times \left(\frac{B}{1 \text{ Gauss}} \right) \quad (6)$$

あるいは、周波数 ν で表すと、

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 2.8 \text{ (MHz)} \times \left(\frac{B}{1 \text{ Gauss}} \right), \quad (7)$$

と書ける。ここで磁場の単位ガウスは $1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ T}$ (テスラ)、 $1 \text{ T} = 1 \text{ J/A m}^2$ である。この式の形状からわかるように、ジャイロ周波数は磁場強度のみに依存する。通常の星間空間では磁場は 1 Gauss よりもずっと弱く、ジャイロ周波数も $\text{kHz} \sim \text{Hz}$ のオーダーとなり、観測されるシンクロトロン放射の周波数 ($\text{MHz} \sim \text{GHz}$) に比べてずっと小さい。シンクロトロン放射で観測されている高い周波数領域で高輝度の放射を出すためには、次に述べる特殊相対論的效果が重要である。

2 相対論的ビーム効果

今、観測者に対して相対論的 ($v/c \sim 1$) に運動している物体 (粒子でも天体でもよい) からの放射を考えるために、物体と共に動く座標系 K で等方的に放射される放射が観測者の K' 系からどう見えるかを調べる。 K 系で時刻 0 で物体から等方的なパルスを出したとして、時刻 t での放射の等位相面は、4元座標上で

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ r \cos \phi \\ r \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

にある。ただし、簡単のため、 $z = 0$ の成分のみを考えることとする。これを K' 系へローレンツ変換すると

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta & 0 & 0 \\ \sinh \theta & \cosh \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (9)$$

これより、

$$ct' = \gamma(r + \beta r \cos \phi) \quad (10)$$

$$x' = \gamma(\beta r + r \cos \phi) \quad (11)$$

$$y' = y = r \sin \phi \quad (12)$$

以上より (x', y') は、

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \gamma(\beta + \cos \phi) \\ \sin \phi \end{pmatrix}$$

となり、これは、 $(r\gamma\beta, 0)$ を中心とする、長軸 γr 、短軸 r (軸比 γ) の楕円を表す。特に、 K 系で視線に垂直に放射された成分 ($\phi = \pi/2$) は、 K' 系では $\phi' = \arctan(1/\gamma\beta)$ の方向に放射されている。すなわち、相対論的な運動する物体からの放射は、その運動方向に著しくビーミングされる (相対論的ビーム効果)。

ビーミングの幅 δ は $\gamma \gg 1$ ($\beta \approx 1$) のとき

$$\delta \approx \frac{1}{\gamma\beta} \sim \frac{1}{\gamma} \quad (13)$$

となる。このビーミングの効果により、観測者が受けとる輝度は運動がない状態に比べて $\sim \gamma^2$ 倍に増強される。

さらにドップラー効果により

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \gamma^{-1}(1 - \beta)^{-1} \quad (14)$$

$\gamma \gg 1$ ($\beta \approx 1$) のとき

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} = \frac{1}{1 + \beta} \frac{1}{1 - \beta} \quad (15)$$

より

$$(1 - \beta) \approx \frac{1}{2\gamma^2} \quad (16)$$

これらの式より、

$$\frac{\nu}{\nu_0} \approx 2\gamma \quad (17)$$

単位時間あたりに受け取るエネルギーは 2γ 倍になるので、幾何学的なビーム効果と合わせて結局 $I_{\text{beam}} \propto \gamma^3$ ($\gamma \gg 1$) となり γ^3 に比例して輝度が明るくなるのがわかる。

3 シンクロトロン放射

光速度近くまで加速された電子が磁場中を運動するとき、円運動加速によって電磁波を放射するが、上述の相対論的ビーム効果によって放射は電子の進行方向に集中する。そのため、個々の電子からの放射は、その運動ベクトルが観測者の方向を向いた時のみ、パルス状に観測される。このパルスの時間間隔 Δt はおおよそ、

$$\Delta t \sim \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{2\gamma^3}, \quad (18)$$

である。このような時間間隔の短い時間領域パルスを、周波数領域でスペクトル分解すると、広い周波にわたる連続波放射が含まれている。これは例えば、無限小の時間幅を持つディラックの δ 関数 $\delta(t)$ がフーリエ変換によって

$$\delta(t) = \int 1 \times e^{2\pi i\nu t} d\nu, \quad (19)$$

と書け、すべての周波数成分を等しい重み 1 で含んでいることに対応している（同様に、ものが壊れるとき等に発生するの短時間の衝撃音も、幅広い周波数の音波を含んでおり、このような音の「音程」を測定することは事実上不可能である）。このような短時間パルス放射を多数の電子について重ね合わせることで得られるのが、シンクロトロン放射である。

3.1 シンクロトロン放射の性質

シンクロトロン放射の重要な性質をいくつかまとめておく。

- 磁場 + 光速近くに加速された電子から出される非熱的放射である。
- 熱的放射では有りえない高い輝度温度の放射も可能。そのため、レーザーと並んで、VLBI での超高分解観測が可能。

- 通常スペクトルはべき関数で表される。すなわち $S(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$ 。これは、高エネルギー電子のエネルギー分布がべき関数に従うことによる。
- AGN ジェットや超新星残骸など、高エネルギー現象に関連して観測されることが多い。

4 AGN ジェットの超光速運動

シンクロトロン放射の代表例である AGN ジェットを観測すると、ジェットの天球面上での見かけの運動速度が光速を越えて観測されるという「超光速運動」がしばしば起こる。これは、AGN ジェットの運動速度が光速に近く、その放射方向が視線に対して適度な角度を成しているときに起こる現象である。

今、天体から観測者に向けて時刻 0 に光子 P_1 が放射され、同時にジェット J が速度 v で視線に対してなす角度 θ の方向に放射されたとする。時刻 t が経過すると、光子 P_1 は観測者に対して

$$l_{P_1} = ct \quad (20)$$

近づき、また、ジェット J は視線方向に沿って観測者に対して

$$l_{J_1} = vt \cos \theta \quad (21)$$

だけ近づく。時刻 t にジェット J_1 から観測者に向けて光子 P_2 が放射されたとする、光子 P_1 が観測者に届いてから光子 P_2 が観測者に到達するまでの時間差 Δt は

$$\Delta t = (l_{P_1} - l_{J_1})/c = (1 - \frac{v}{c} \cos \theta)t \quad (22)$$

と書ける。一方、ジェット J の天球面上での位置は Δt の間に Δx だけ動いており、

$$\Delta x = vt \sin \theta \quad (23)$$

であるから、天球面上でのジェットの見かけの運動速度 v_{app} は

$$v_{app} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v \sin \theta}{1 - v/c \cos \theta}, \quad (24)$$

と書ける。あるいは、光速に対する比として β_{app} を用いて、

$$\beta_{app} \equiv \frac{v_{app}}{c} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}, \quad (25)$$

と書ける。この式から、 β_{app} は適当な $\beta (\sim 1)$ および θ を選ぶと 1 を超える値になることがわかる。すなわち、天球面上でのみかけの横断速度が光速

を超えて観測される「超光速現象」がおきる。このような現象は、VLBI を用いたモニター観測によって、多数の AGN で検出されている。このような超光速現象が観測されると、AGN から出るジェットが視線方向に光速に近い速さで放射されていることの強い証拠となる。